

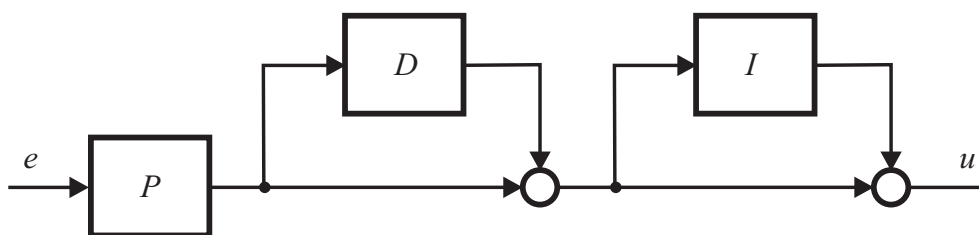
17. Alternatywne formy regulatora PID

a) standardowa postać regulatora PID

$$G_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (61)$$

b) szeregową postać regulatora PID

$$G'_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k'_p \left(1 + \frac{1}{T'_i s} \right) (1 + T'_d s) \quad (62)$$



Rys. 79.

$$k_p = k'_p \frac{T'_i + T'_d}{T'_i}, \quad T_i = T'_i + T'_d, \quad T_d = \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d} \quad (63)$$

Przy założeniu $T_i \geq 4T_d$ możliwe jest wyznaczenie

$$\begin{aligned} k'_p &= \frac{k_p}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \\ T'_i &= \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \\ T'_d &= \frac{T_d}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4T_d/T_i} \right) \end{aligned} \quad (64)$$

c) równoległa postać regulatora PID

$$G''_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = k''_p + \frac{k''_i}{s} + k''_d s \quad (65)$$

$$k''_p = k_p, \quad k''_i = \frac{k_p}{T_i}, \quad k''_d = k_p T_d \quad (66)$$

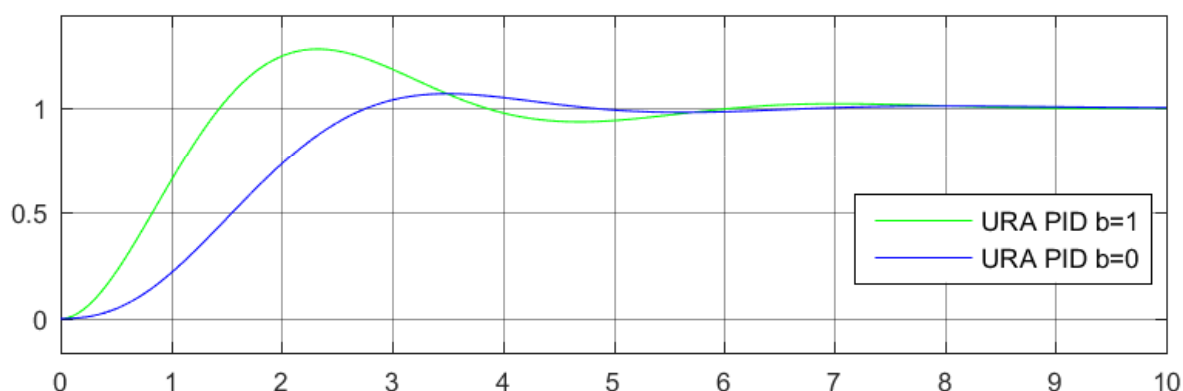
18. Regulator PID z ważoną wartością zadaną

Reguła PID z wagami wartości zadanej

$$u(t) = k_p \left(e_p(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de_d(t)}{dt} \right) \quad (67)$$

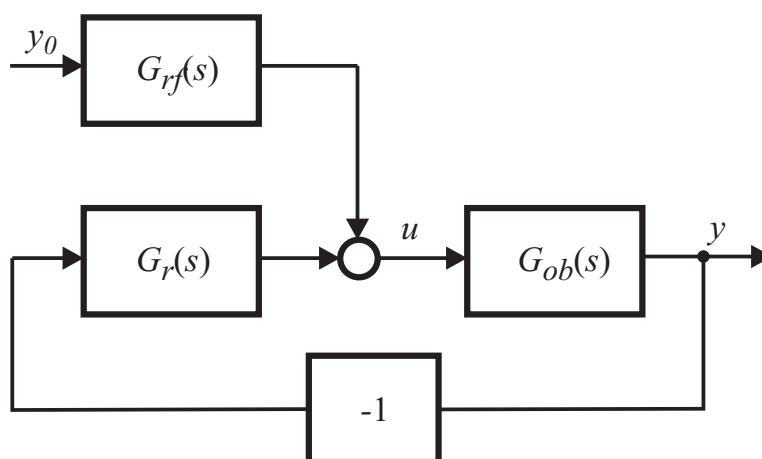
gdzie $e_p = by_0 - y, \quad e_d = cy_0 - y, \quad e = y_0 - y, \quad (68)$

wagi $b, c \in < 0, 1 >$



Rys. 80.

Struktura URA z regulatorem PID z ważoną wartością zadaną



Rys. 81.

$$G_{rf}(s) = k_p \left(b + \frac{1}{T_i s} + c T_d s \right) \quad (69)$$

19. Komercyjne sterowniki PID

a) postać standardowa

$$U(s) = k_p \left(bY_0 - Y + \frac{1}{T_i s} E + \frac{T_d s}{1 + T_d s/N} (cY_0 - Y) \right) \quad (70)$$

b) postać szeregową

$$U(s) = k'_p \left(\left(b + \frac{1}{T'_i s} \right) \frac{1 + cT'_d s}{1 + T'_d s/N} Y_0 - \left(1 + \frac{1}{T'_i s} \right) \frac{1 + T'_d s}{1 + T'_d s/N} Y \right) \quad (71)$$

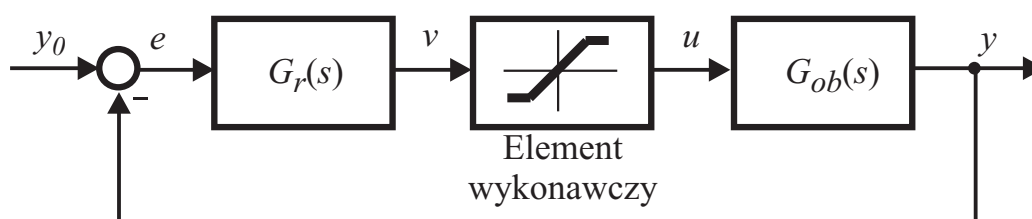
c) postać równoległa

$$U(s) = k''_p (bY_0 - Y) + \frac{k''_i}{s} E + \frac{k''_d s}{1 + k''_d s/(Nk''_p)} (cY_0 - Y) \quad (72)$$

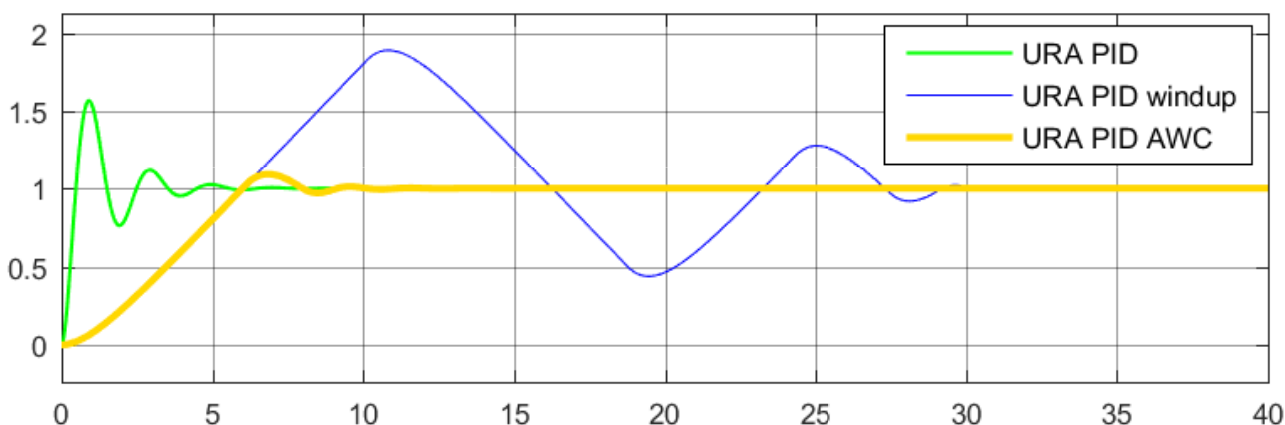
$T = T_d/N$, typowo $N \in \langle 8, 20 \rangle$

20. Zjawisko wind-up

Układ regulacji z nasyceniem sygnału sterującego



Rys. 82.

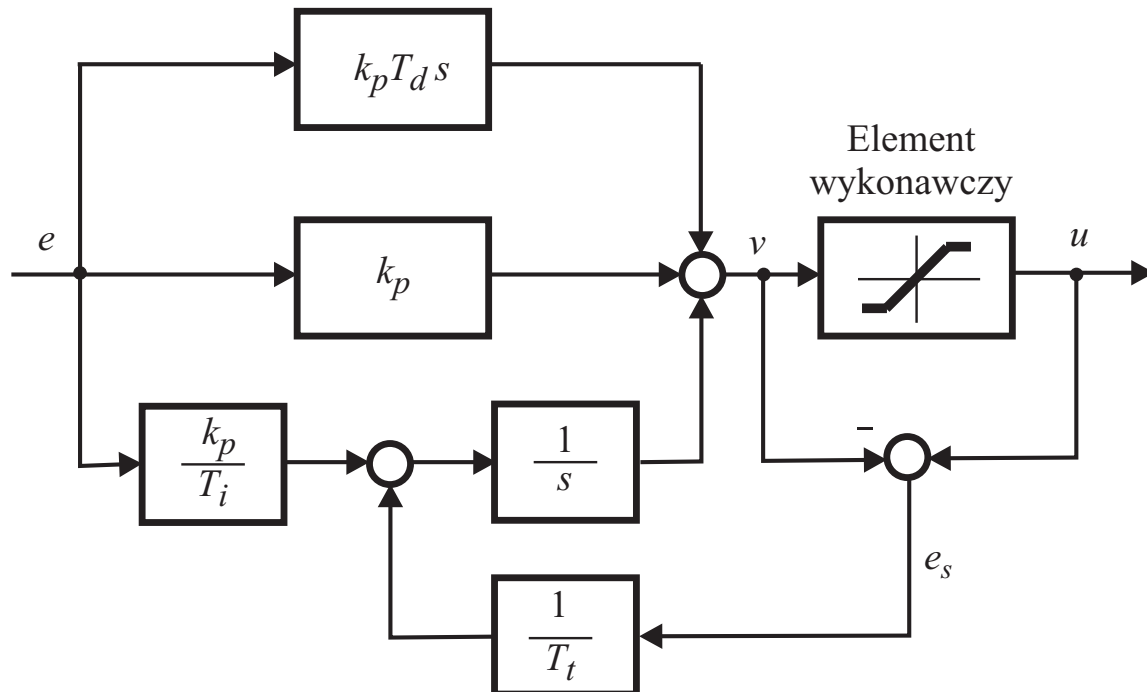


Rys. 83.

Wybrane metody ograniczania zjawiska *wind-up*

a) wprowadzenie ograniczeń na zmiany sygnału zadanego

b) ograniczenie działania członu całkującego



Rys. 84.

Wejście bloku całkującego $\frac{1}{T_t}e_s + \frac{k_p}{T_i}e \Rightarrow e_s = -\frac{k_p T_t}{T_i}e$

Ponieważ $e_s = u - v \Rightarrow v = u_{lim} + \frac{k_p T_t}{T_i}e$ i $|v| > |u_{lim}|$,
gdzie u_{lim} jest wartością nasycenia sygnału sterującego
 T_t jest stałą czasową śledzenia, zalecany dobór $T_t = \sqrt{T_i T_d}$

c) całkowanie warunkowe, gdy spełnione są przyjęte warunki

- wyłączenie całkowania, gdy sygnał uchybu jest duży
- wyłączenie całkowania, gdy sygnał sterujący jest nasycony
- wyłączenie całkowania, gdy sygnał sterujący jest nasycony i całkowanie powoduje jeszcze większe nasycenie
- zerowanie sygnału bloku całkującego, gdy uchyb jest duży

21. Przybliżanie transmitancji operatorowej obiektem z opóźnieniem

a) elementu inercyjnego n -tego rzędu ($n > 1$) transmitancją elementu inercyjnego 1-go rzędu z opóźnieniem

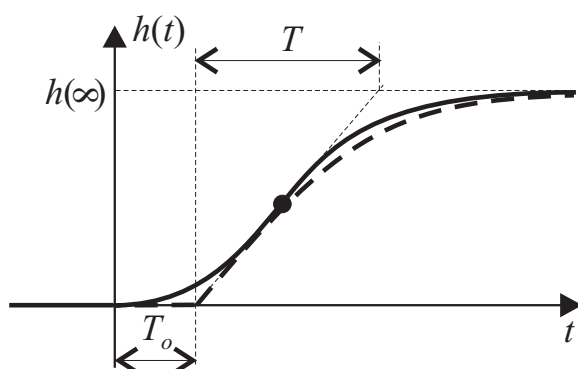
$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{(1 + sT_1)(1 + sT_2) \dots (1 + sT_n)}$$

$$u(t) = A \mathbb{1}(t) \Rightarrow k = \frac{h(\infty)}{A} = \frac{y(\infty)}{A}$$

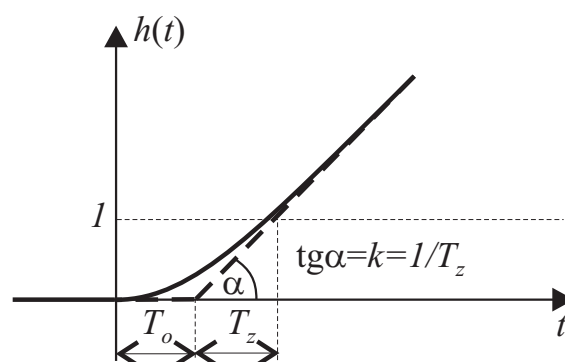
$$T_1 = ?, \quad T_2 = ?, \quad \dots \quad T_n = ?$$

Np.

$$G(s) = \frac{k}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \Rightarrow h(t) = k \left(1 - \frac{T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2}}{T_1 - T_2} \right) \mathbb{1}(t)$$



(a)



(b)

Rys. 85.

$$G(s) \approx G_a(s) = \frac{k}{1 + sT} e^{-sT_o}, \quad k = \frac{h(\infty)}{A} \quad (73)$$

$$h_a(t) = k \left(1 - e^{-\frac{t-T_o}{T}} \right) \mathbb{1}(t - T_o) \quad (74)$$

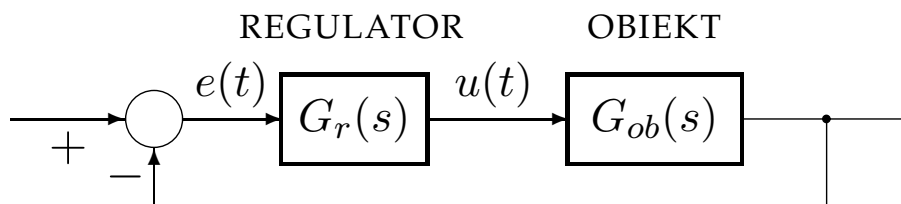
b) elementu całkującego z inercją n -tego rzędu ($n > 1$)

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k}{s(1 + sT_1)(1 + sT_2) \dots (1 + sT_n)}$$

$$G(s) \approx G_b(s) = \frac{k}{s} e^{-sT_o} \quad (75)$$

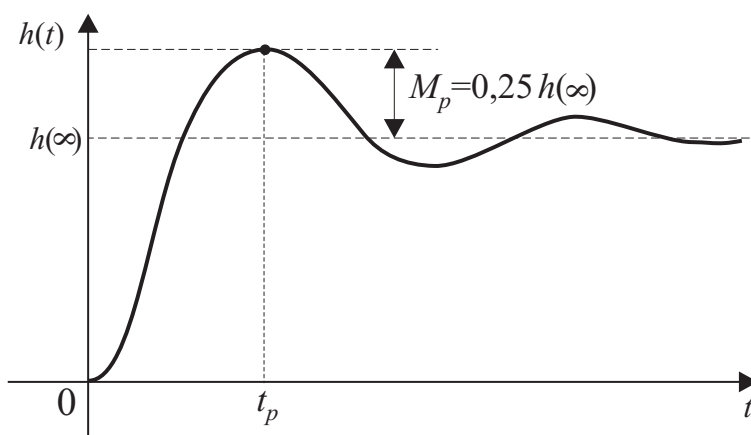
$$h_b(t) = k(t - T_o) \mathbb{1}(t - T_o)$$

22. Reguły Zieglera-Nicholsa doboru parametrów regulatora



Rys. 86.

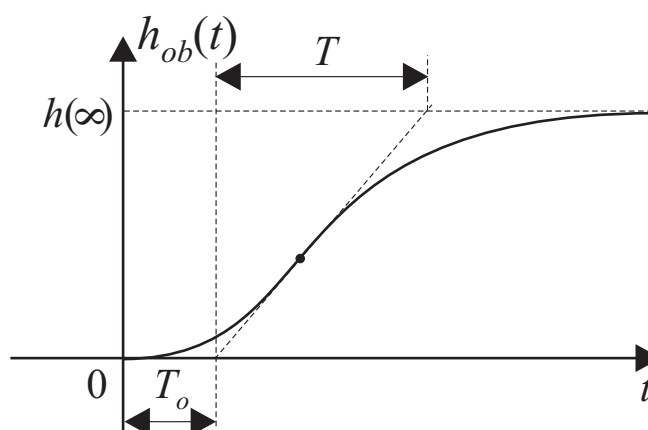
$$G_r(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \Rightarrow u(t) = k_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$



Rys. 87.

$$M_p = h(t_p) - h(\infty) = 0,25 h(\infty) \quad \Rightarrow \quad \varkappa = \frac{M_p}{h(\infty)} = 0,25$$

Pierwsza metoda



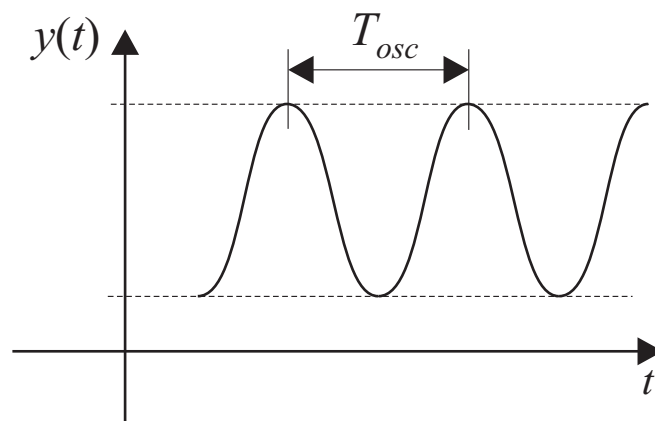
Rys. 88.

$$G_{ob}(s) \approx \frac{k}{1 + sT} e^{-sT_o}, \quad k = \frac{h(\infty)}{A}, \quad u(t) = A \mathbb{1}(t)$$

Typ regu- latora	k_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{kT_o}$	∞	0
PI	$\frac{0,9T}{kT_o}$	$3T_o$	0
PID	$\frac{1,2T}{kT_o}$	$2T_o$	$0,5T_o$

Druga metoda

$$T_i \rightarrow \infty, \quad T_d = 0$$



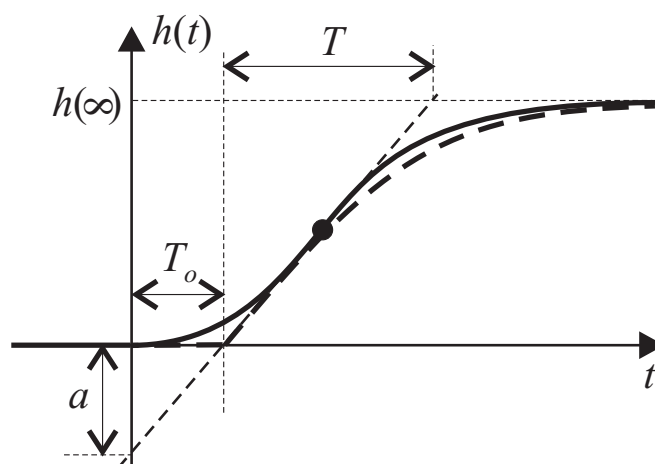
Rys. 89.

Typ regu- latora	k_p	T_i	T_d
P	$0,5k_{kr}$	∞	0
PI	$0,45k_{kr}$	$\frac{1}{1,2}T_{osc}$	0
PID	$0,6k_{kr}$	$0,5T_{osc}$	$0,125T_{osc}$

Modyfikacja Passena $k_p = 0,2k_{kr}$, $T_i = 0,33T_{osc}$, $T_d = 0,5T_{osc}$

23. Metoda CHR (Chien, Hrones, Reswick) doboru parametrów regulatora

Metoda umożliwia uzyskanie układów regulacji z lepszym tłumieniem lub szybszą odpowiedzią w porównaniu do reguł Zieglera-Nicholsa



Rys. 90.

$$\text{dla } A = 1 \quad k = h(\infty), \quad \frac{k}{T} = \frac{a}{T_o} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{kT_o}{T}$$

Przereg.	0%			20%		
Typ regulatora	k_p	T_i	T_d	k_p	T_i	T_d
P	$0,3/a$	∞	0	$0,7/a$	∞	0
PI	$0,35/a$	$1,2T$	0	$0,6/a$	T	0
PID	$0,6/a$	T	$0,5T_o$	$0,95/a$	$1,4T$	$0,47T_o$

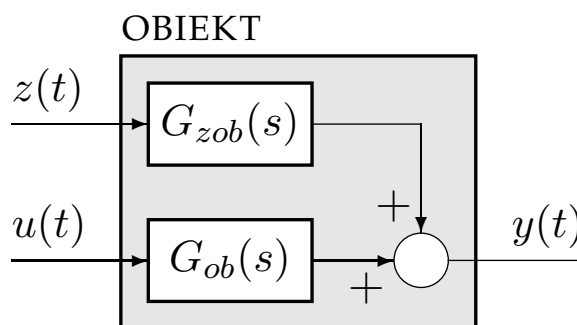
24. Metoda Cohena-Coona

Podstawowe założenie metody – minimalizacja wpływu zakłóceń

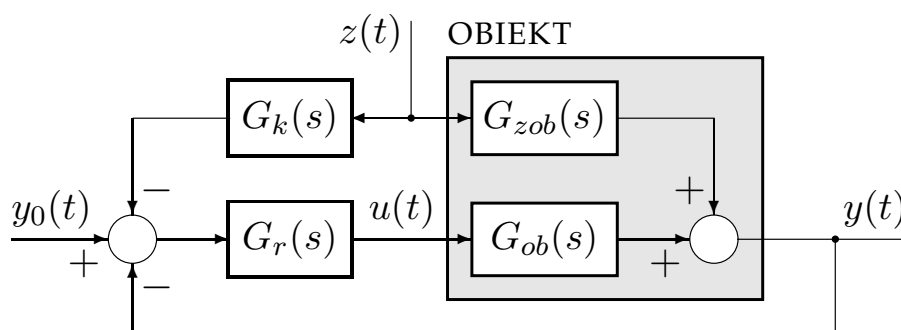
Typ regu- latora	k_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a} \left(1 + \frac{0,35\tau}{1-\tau} \right)$	∞	0
PI	$\frac{0,9}{a} \left(1 + \frac{0,92\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{3,3-3,0\tau}{1+1,2\tau} T_o$	0
PD	$\frac{1,24}{a} \left(1 + \frac{0,13\tau}{1-\tau} \right)$	∞	$\frac{0,27-0,36\tau}{1-0,87\tau} T_o$
PID	$\frac{1,35}{a} \left(1 + \frac{0,18\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{2,5-2,0\tau}{1-0,39\tau} T_o$	$\frac{0,37-0,37\tau}{1-0,81\tau} T_o$

Znormalizowane opóźnienie $\tau = \frac{T_o}{T_o+T}$

25. Sprzężenie „w przód” (ang. *feedforward*)



Rys. 91.



Rys. 92.

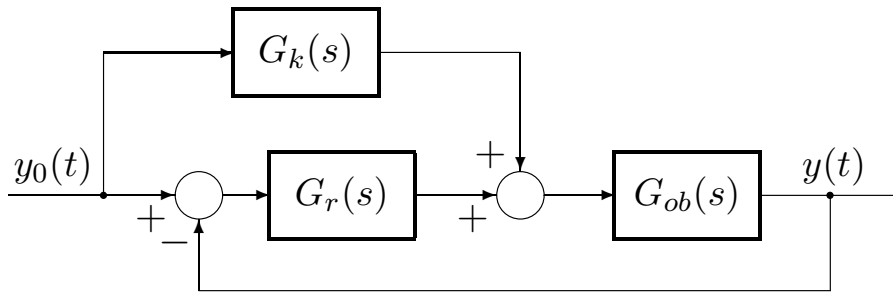
$$Y(s) \Big|_{y_0(t) \equiv 0} = \frac{G_{zob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} Z(s) - \frac{G_k(s)G_r(s)G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} Z(s) \quad (76)$$

$$G_z(s) = \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{G_{zob}(s) - G_k(s)G_r(s)G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} \quad (77)$$

w przypadku idealnym:

$$G_{zob}(s) - G_k(s)G_r(s)G_{ob}(s) = 0$$

$$G_k(s)G_r(s) = \frac{G_{zob}(s)}{G_{ob}(s)} \quad (78)$$



Rys. 93.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_0(s)} = \left(1 + \frac{G_k(s)}{G_r(s)}\right) \frac{G_r(s)G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} = \frac{[G_k(s) + G_r(s)]G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)} \quad (79)$$

$$G_k(s) = \frac{L_k(s)}{M_k(s)}, \quad G_r(s) = \frac{L_r(s)}{M_r(s)}, \quad G_{ob}(s) = \frac{L_{ob}(s)}{M_{ob}(s)}$$

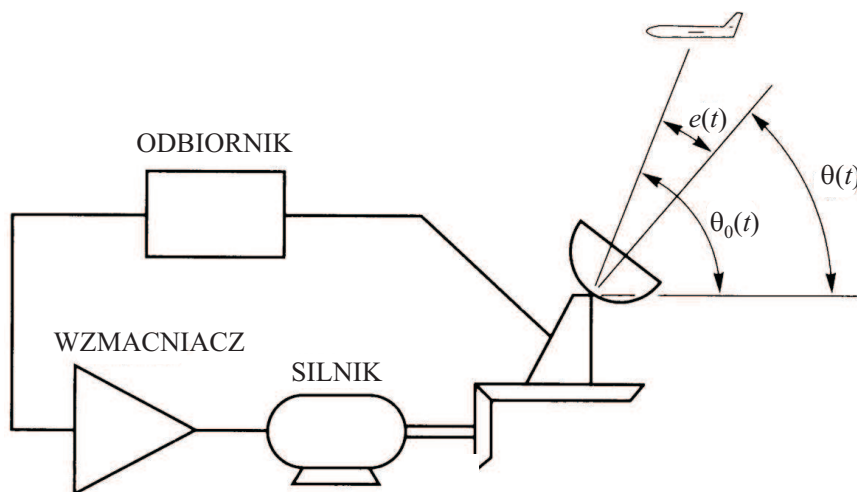
$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\left(\frac{L_r(s)}{M_r(s)} + \frac{L_k(s)}{M_k(s)}\right) \frac{L_{ob}(s)}{M_{ob}(s)}}{1 + \frac{L_r(s)}{M_r(s)} \frac{L_{ob}(s)}{M_{ob}(s)}} = \frac{\frac{[L_r(s)M_k(s) + L_k(s)M_r(s)]L_{ob}(s)}{M_k(s)M_r(s)M_{ob}(s)}}{\frac{L_r(s)L_{ob}(s) + M_r(s)M_{ob}(s)}{M_r(s)M_{ob}(s)}} = \\ &= \frac{[L_r(s)M_k(s) + L_k(s)M_r(s)]L_{ob}(s)}{M_k(s)[L_r(s)L_{ob}(s) + M_r(s)M_{ob}(s)]} \end{aligned} \quad (80)$$

równanie charakterystyczne:

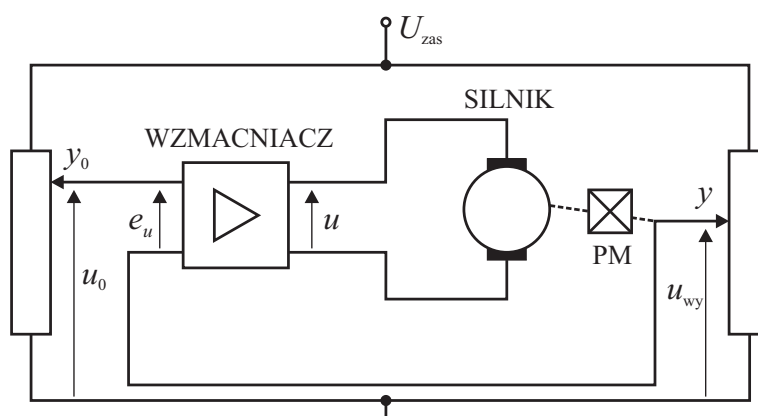
$$M_k(s)[L_r(s)L_{ob}(s) + M_r(s)M_{ob}(s)] = 0 \quad (81)$$

$$\begin{aligned} &\frac{G_r(s)G_{ob}(s)}{1 + G_r(s)G_{ob}(s)}, \quad G_k(s) \\ G_k(s) &= \frac{1}{G_{ob}(s)} = \frac{M_{ob}(s)}{L_{ob}(s)} \Rightarrow G(s) = 1 \end{aligned} \quad (82)$$

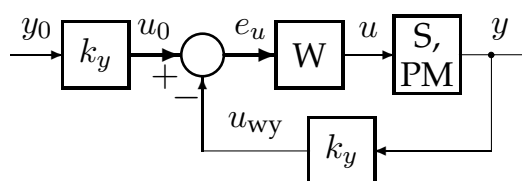
26. Serwomechanizm liniowy



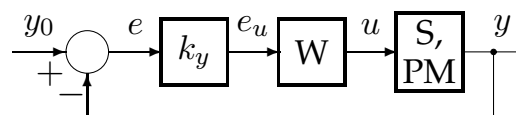
Rys. 94.



Rys. 95.

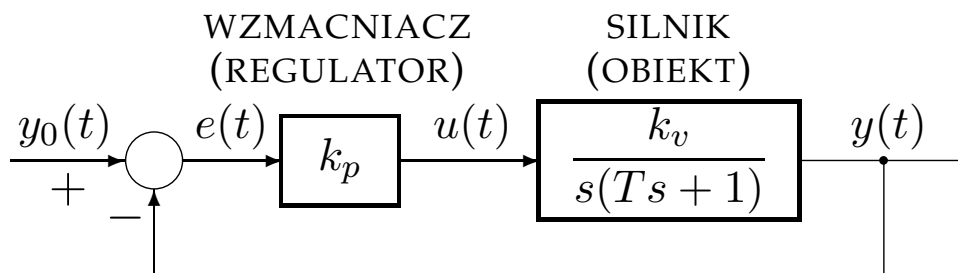


(a)



(b)

Rys. 96.



Rys. 97.

$$G_o(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{k_p k_v}{s(Ts + 1)}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{Y_0(s)} = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{k_p k_v}{k_p k_v + s(Ts + 1)} =$$

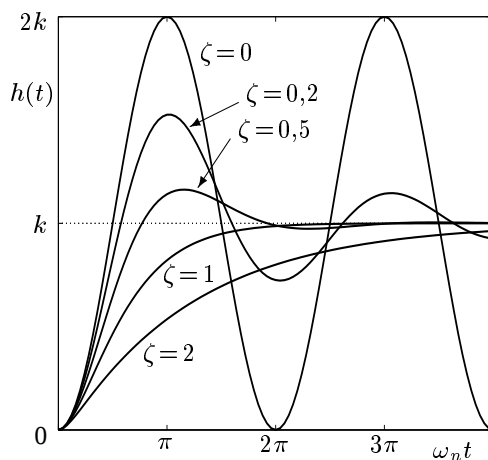
$$= \frac{k_p k_v}{Ts^2 + s + k_p k_v} = \frac{k_p k_v / T}{s^2 + s/T + k_p k_v / T} \quad (83)$$

$$G(s) = \frac{k}{T_n^2 s^2 + 2\zeta T_n s + 1} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

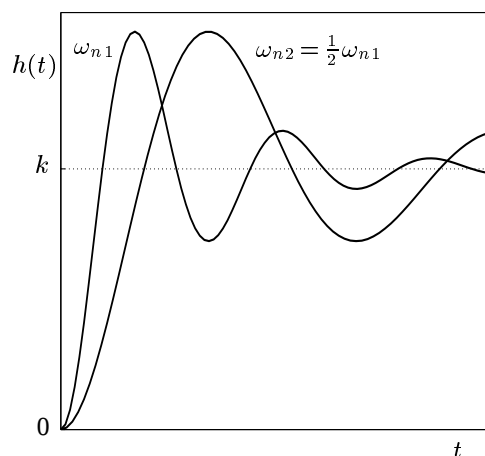
$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_p k_v}{T}}, \quad 2\zeta\omega_n = \frac{1}{T}, \quad k = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\zeta\sqrt{\frac{k_p k_v}{T}} = \frac{1}{T} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2\sqrt{T k_p k_v}}$$

$k_v, T = \text{const}, k_p = \text{var}; \quad k_p \nearrow \Rightarrow \omega_n \nearrow (\text{dobrze}), \zeta \searrow (\text{źle})$



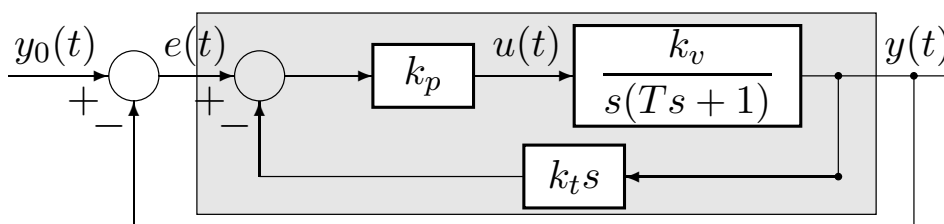
(a)



(b)

Rys. 98.

27. Tachometryczne sprzężenie zwrotne

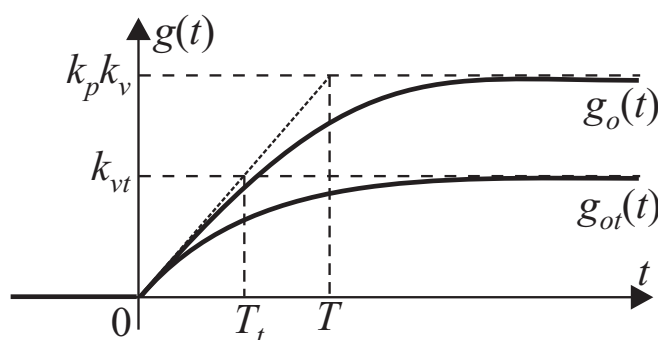


Rys. 99.

$$\begin{aligned}
 G_{ot}(s) &= \frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{G_o(s)}{1 + k_t s G_o(s)} = \frac{\frac{k_p k_v}{s(Ts+1)}}{1 + k_t s \frac{k_p k_v}{s(Ts+1)}} = \\
 &= \frac{k_p k_v}{s(Ts + 1 + k_t k_p k_v)} = \frac{k_{vt}}{s(T_t s + 1)}, \quad (84)
 \end{aligned}$$

gdzie

$$k_{vt} = \frac{k_p k_v}{1 + k_t k_p k_v}, \quad T_t = \frac{T}{1 + k_t k_p k_v}$$



Rys. 100.

$$g_o(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G_o(s)\}, \quad g_{ot}(t) = \mathcal{L}^{-1}\{G_{ot}(s)\}$$

k_{vt} i T_t są zmniejszone w identycznej proporcji względem $k_p k_v$ i T ; ponadto:

$$\left. \frac{dg_o(t)}{dt} \right|_{t=0} = \left. \frac{dg_{ot}(t)}{dt} \right|_{t=0}$$

Parametry układu zamkniętego ze sprzęż. tachometrycznym:

$$G(s) = \frac{k\omega_{nt}^2}{s^2 + 2\zeta_t\omega_{nt}s + \omega_{nt}^2}$$

$$\omega_{nt} = \sqrt{\frac{k_v t}{T_t}} = \sqrt{\frac{k_p k_v}{T}} = \omega_n \quad (85)$$

$$\zeta_t = \frac{1}{2\sqrt{T_t k_{vt}}} = \frac{1 + k_t k_p k_v}{2\sqrt{T k_p k_v}} = (1 + k_t k_p k_v)\zeta \quad (86)$$

Dla utrzymania niezmiennionej wartości ζ w układzie ze sprzężeniem tachometrycznym:

$$\zeta_t = \zeta \Rightarrow \frac{1 + k_t k_{pz} k_v}{2\sqrt{T k_{pz} k_v}} = \frac{1}{2\sqrt{T k_{po} k_v}} \quad (87)$$

k_{po} – wzm. regulatora w ukł. bez sprzężenia tachometrycznego

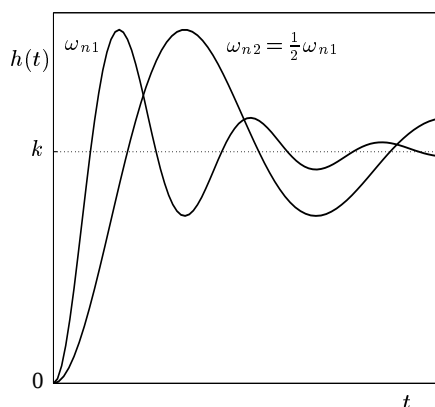
k_{pz} – wzm. regulatora w ukł. ze sprzężeniem tachometrycznym

$$\text{zał. } 1 + k_t k_{pz} k_v = a \Rightarrow k_{pz} = a^2 k_{po} \Rightarrow \omega_{nt} = \sqrt{\frac{a^2 k_{po} k_v}{T}} = a\omega_n$$

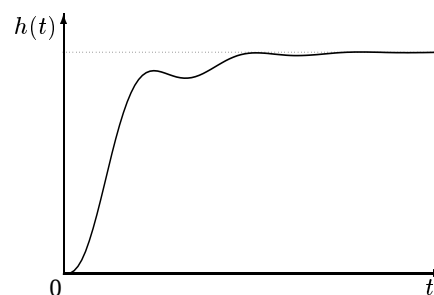
Przykład

$$a = 2 \Rightarrow k_{pz} = 4k_{po}$$

$$1 + k_t k_{pz} k_v = 2 \Rightarrow 1 + 4k_t k_{po} k_v = 2 \Rightarrow k_t = \frac{1}{4k_{po} k_v}$$



(a)



Rys. 101. (b) $G_t(s) = \frac{k_t s}{1 + \tau s}$