

# Układy Regulacji Automatycznej

Politechnika Poznańska  
Instytut Automatyki i Robotyki

## ĆWICZENIE 3

CIĄGŁE REGULATORY PID.

*Celem ćwiczenia jest analiza cech dynamicznych ciągłego regulatora PID w dziedzinie czasu i częstotliwości oraz badanie statycznej i dynamicznej jakości regulacji z wykorzystaniem regulatora PID w dwóch przypadkach: realizowalności sygnału sterującego oraz ograniczenia sygnału sterującego.*

### 1 Regulator PID – analiza czasowa i częstotliwościowa

Ciągły regulator PID, którego transmitancja operatorowa przyjmuje postać:

$$G_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + sT} = \frac{(TT_i k_p + T_i T_d)s^2 + (T + T_i k_p)s + 1}{TT_i s^2 + T_i s}, \quad (1)$$

gdzie:  $k_p, T_i, T_d$  – parametry (nastawy) regulatora,  $T$  – stała czasowa inercji bloku D (dla regulatora idealnego:  $T = 0$ ), stanowi pewien obiekt dynamiczny o specyficznych właściwościach powszechnie wykorzystywanych w celu realizacji zadań regulacji w ciągłych URA<sup>1</sup>. Właściwości dynamiczne regulatora (1) określa się na podstawie jego odpowiedzi skokowej oraz częstotliwościowych charakterystyk Bode’go (Nyquist’a).

- 1.1** Zamodelować regulator opisany transmitancją (1) w środowisku SIMULINK w postaci równoległego połączenia bloków P, I oraz D. Przyjąć wartości parametrów:  $k_p = 1, T_i = 1, T_d = 1, T = 0.1$ .
- 1.2** Przeprowadzić symulację odpowiedzi obiektu (1) na sygnał wejściowy  $e(t) = \mathbf{1}(t)$  i przeanalizować przebiegi poszczególnych składowych  $u_P, u_I, u_D$ . Porównać odpowiedź regulatora PID z odpowiedzią skokową regulatorów P, PI, PD. Na podstawie uzyskanych przebiegów określić wartości odpowiednich nastaw regulatora.
- 1.3** Zbadać wpływ zmian wartości nastaw  $k_p, T_i, T_d$  na przebieg odpowiedzi skokowej regulatora PID (oraz przebiegi poszczególnych składowych sygnału odpowiedzi) dla następujących zestawów wartości:  $k_p = \{0.5, 2\}, T_i = \{0.5, 2\}, T_d = \{0.5, 2\}$ .
- 1.4** Zbadać wpływ zmiany wartości stałej czasowej inercji  $T$  na odpowiedź skokową regulatora PID dla następującego zestawu wartości:  $T = \{10, 1, 0.1, 0.01, 0.001\}$  (w praktyce przyjmuje się wartość stałej  $T$  tak, aby  $\frac{T_d}{T} \approx 10$ ).
  - Jaki jest wpływ wartości stałej czasowej inercji  $T$  na charakter odpowiedzi regulatora PID? Jakie znaczenie praktyczne ma występowanie inercji w bloku różniczkującym regulatora? Jakiej odpowiedzi skokowej należy się spodziewać, gdy założymy, że  $T \rightarrow 0$ ?

<sup>1</sup>Warto zauważyć, że w przypadku, gdy  $T > 0$  transmitancja (1) nie jest ściśle właściwa, a dla  $T = 0$  jest wręcz niewłaściwa – stopień wielomianu licznika  $>$  od stopnia wielomianu mianownika(!).

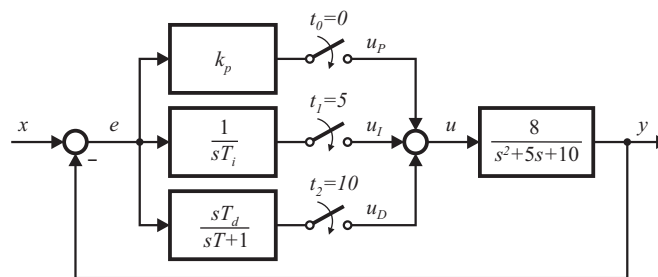
- 1.5 Zamodelować w środowisku MATLAB transmitancję regulatora PI opisanego równaniem (1) (należy przyjąć:  $T_d = 0$ ). Wartości pozostałych nastaw regulatora:  $k_p = 1, T_i = 1$ .
- 1.6 Zamodelować w środowisku MATLAB transmitancję idealnego regulatora PD opisanego równaniem (1) (należy przyjąć:  $T_i = \infty, T = 0$ ). Wartości pozostałych nastaw regulatora:  $k_p = 1, T_d = 0.1$ .
- 1.7 Wykorzystując nakładkę *LTI Viewer* MATLAB'a przeanalizować charakterystyki Bode'go i Nyquist'a obu regulatorów PI oraz PD na wspólnym wykresie.
- 1.8 Zamodelować transmitancję regulatora PID jako sumę transmitancji regulatorów PI i PD. Na wspólnym wykresie przedstawić charakterystyki częstotliwościowe PI i PD oraz PID.
  - Jaka jest fizyczna interpretacja otrzymanych charakterystyk?
  - Czy z sumy transmitancji w (1) wynika suma charakterystyk logarytmicznych?
- 1.9 Porównać charakterystyki odpowiednich regulatorów dla wartości stałej wyprzedzenia  $T_d = 10$  i niezmienionych pozostałych nastaw ( $T = 0$ ).
- 1.10 Porównać charakterystyki odpowiednich regulatorów dla wartości stałej wyprzedzenia  $T_d = 0.1$ , stałej czasowej inercji  $T = 0.01$  i niezmienionych pozostałych nastaw.
  - Jaki fizyczny skutek będzie miało występowanie inercji w dynamice bloku D?

## 2 URA z regulatorem PID

Regulator PID jest najczęściej wykorzystywanym regulatorem w praktyce przemysłowej. Każdy składowy blok regulatora spełnia w układzie regulacji specyficzną funkcję pozwalającą na uzyskanie wymaganej statycznej i dynamicznej jakości regulacji. Blok proporcjonalny P odpowiada za stałe wzmacnianie błędu regulacji w całym paśmie częstotliwości (w stanie ustalonym i stanach przejściowych) i stanowi rdzeń całego regulatora. Blok całkujący I odpowiada za zwiększenie dokładności statycznej (w stanach ustalonych), a blok różniczkujący D pozwala na poprawę jakości dynamicznej (w stanach przejściowych).

Rozważać będziemy URA z regulatorem PID oraz obiektem regulacji opisanym transmitancją drugiego rzędu<sup>2</sup>:

$$G(s) = \frac{8}{s^2 + 5s + 10}. \quad (2)$$



Rysunek 1: URA z regulatorem PID.

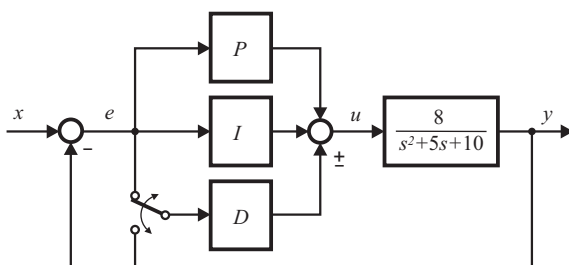
<sup>2</sup>Transmitancja ta opisuje dynamikę ruchu windy zawieszanej na linach z elastycznymi końcówkami, gdzie sygnałem wymuszającym jest przemieszczenie elastycznej końcówki, a odpowiedzią pozycja windy.

- 2.1** Zamodelować generator sygnału prostokątnego o amplitudzie  $A = 1$  i częstotliwości  $f = 0.1[\text{Hz}]$  (blok *Signal Generator*) oraz blok regulatora PID z zastępującymi wartościami nastaw:  $k_p = 8, k_i = 15, T_d = 1, T = 0.01$ .
- 2.2** Przeprowadzić symulację URA z zamodelowanym regulatorem oraz obiektem (2) w horyzoncie czasowym  $t_h = 40[\text{s}]$  załączając blok P w chwili  $t_0 = 0$  (regulator P), blok I w chwili  $t_1 = 10[\text{s}]$  (regulator PI), a blok D w chwili  $t_2 = 20[\text{s}]$  (regulator PID) – rys. 1.
- Czy URA zapewnia odtwarzanie sygnału zadanego po załączeniu odpowiednich bloków?
  - Jaki mają przebieg sygnały sterujące z poszczególnych bloków regulatora PID i jaki mają wpływ na jakość odpowiedzi URA?
- 2.3** Przeprowadzić analizę wpływu wartości nastaw poszczególnych bloków regulatora PID na statyczną i dynamiczną jakość odpowiedzi obiektu w URA.
- Czy analizowany układ regulacji jest stabilny dla wszystkich możliwych wartości nastaw regulatora PID (sprawdzić doświadczalnie)?

### 3 Praktyczne aspekty realizacji URA z regulatorem PID

W praktyce realizacja URA z regulatorem PID nastęrcza pewne trudności. Dwa główne problemy, które pojawiają się podczas praktycznej implementacji takiego regulatora wynikają z konieczności różniczkowania sygnałów nieciągłych (w przypadku nieciągłych sygnałów zadanych) oraz z ograniczenia wartości sygnału sterującego podawanego na obiekt regulacji wynikającego z praktycznego nasycenia sterowania w układzie wykonawczym lub w samym regulatorze (skończona reprezentacja liczb w systemach cyfrowych lub nasycenie wzmacniaczy operacyjnych w systemach analogowych).

Problem różniczkowania sygnałów nieciągłych można w niektórych przypadkach rozwiązać poprzez podanie na blok D regulatora sygnału zwrotnego (porównywanego) zamiast całego uchybu regulacji. Sygnał zwrotny mianowicie wynika jedynie z przebiegu odpowiedzi obiektu regulacji pobudzanego sygnałem ciągłym i z tego względu jest także sygnałem ciągłym (pochodna istnieje i jest ograniczona).



Rysunek 2: URA z regulatorem PID i przełączanym sygnałem różniczkowanym.

**3.1** Przeprowadzić symulację działania URA z punktu poprzedniego (z załączonymi wszystkimi składowymi blokami regulatora PID) podłączając do bloku D odpowiednio: sygnał uchybu lub sygnał zwrotny (**należy zwrócić uwagę na znak przy sygnale  $u_D$  w sumatorze regulatora PID przy przełączaniu sygnału!**) – rys. 2. Porównać przebiegi sterowania i składowej z bloku D w obu przypadkach. Przyjąć następujące wartości nastaw regulatora:  $k_p = 10, k_i = 8, T_d = 1, T = 0.01$ .

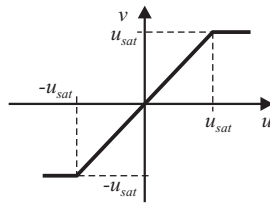
- Czy zmiana sygnału podawanego na blok D pozwala na ograniczenie kosztu sterowania  $u_D$  oraz  $u_{PID}$  (koszt sterowania definiuje się jako:  $J_u = \int_0^{t_h} u^2(t)dt$ )?
- Czy zmiana sygnału podawanego na blok D znacząco wpływa na zmianę jakości regulacji?
- Czy blok różniczkujący pobudzany sygnałem zwrotnym pozwala na uzyskanie odpowiedzi URA, w której nie występują oscylacje (odpowiedzi udzielić zwiększając stopniowo wartość nastawy  $T_d$ )?

Nasycenie sygnału sterującego występujące w URA nie pozwala zwykle na realizację obliczonego teoretycznie sygnału sterującego  $u(t)$ . Takie działanie układu jest szczególnie niekorzystne, gdy regulator zawiera blok całkujący, a obiekt sterowania jest astatyczny – może ono nawet doprowadzić do niestabilności całego układu. Brak możliwości podania na obiekt regulacji obliczonej wartości sterowania  $u(t)$  powoduje zaburzenie pracy bloku całkującego regulatora – niemożność prawidłowego *ładowania* i *rozładowania* wartości całki. W efekcie powstaje zjawisko *wind-up* objawiające się nadmiernym pobudzeniem obiektu i występowaniem znacznych przeregulowań w jego odpowiedzi lub dryfem (*pełzaniem*) odpowiedzi w pobliżu stanu ustalonego<sup>3</sup>.

Zjawisko nasycenia sygnału sterującego modeluje się funkcją  $v = \text{sat}(u, u_{\text{sat}})$ , gdzie (rys. 3):

$$\text{sat}(u, u_{\text{sat}}) = \begin{cases} u, & \text{gdy } |u| < u_{\text{sat}}, \\ \text{sign}(u) u_{\text{sat}}, & \text{gdy } |u| \geq u_{\text{sat}}. \end{cases}$$

Z powyższej definicji wynika, że sygnał  $v$  fizycznie podawany na obiekt regulacji jest już sygnałem ograniczonym do wartości  $\pm u_{\text{sat}}$ . Efekt *wind-up* można ograniczyć bądź wyeliminować poprzez różne sposoby ograniczania procesu całkowania w regulatorze lub odpowiednią modyfikację sygnału referencyjnego.



Rysunek 3: Funkcja  $v = \text{sat}(u, u_{\text{sat}})$ .

<sup>3</sup>Terminem *dryf* określa się powolną zmianę wartości sygnału wraz z upływem czasu.

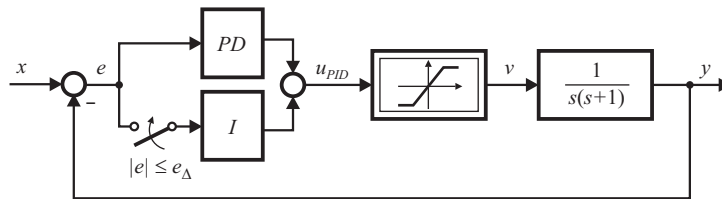
- 3.2** Zamodelować generator sygnału prostokątnego o amplitudzie  $A = 1$  i częstotliwości  $f = 0.03[\text{Hz}]$  (blok *Signal Generator*).
- 3.3** Przeprowadzić symulacje działania URA z regulatorem z punktu poprzedniego (z załączonymi wszystkimi składowymi blokami regulatora PID) i obiektem астатycznym postaci<sup>a</sup>:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

w horyzoncie czasowym  $t_h = 80[\text{s}]$  włączając szeregowo w torze sterowania (za regulatorem) blok nasycenia (blok *Saturation*) z wartościami progowymi  $u_{sat} = \pm 200$  – patrz rys. 4. Przyjąć następujące wartości nastaw regulatora:  $k_p = 10, k_i = 5, T_d = 1, T = 0.1$ . Zbadać jakość regulacji dla kilku różnych wartości progowych nasycenia sterowania:  $u_{sat} = \{\pm 50, \pm 10, \pm 1, \pm 0.1, \pm 0.01\}$ .

- Czy sygnał sterujący w całym horyzoncie czasowym wchodzi w nasycenie?
  - W jaki sposób nasycenie sterowania wpływa na jakość regulacji?
  - Czy wynikowy URA z nasyceniem sterowania jest nadal układem liniowym?
- 3.4** Wprowadzić ograniczenie procesu całkowania w bloku I regulatora do tunelu  $e_\Delta = 0.1$  (rys. 4). Przeprowadzić ponownie symulacje działania URA z nasyceniem  $u_{sat} = 1$ . Wyłączyć ograniczenie całkowania (blok I działa w całym horyzoncie czasowym symulacji) i porównać jakość regulacji.
- Czy wprowadzenie ograniczenia całkowania w regulatorze pozwala na ograniczenie zjawiska wind-up?
  - Jakie można zaproponować inne sposoby ograniczenia procesu całkowania w regulatorze gwarantujące żadaną jakość statyczną regulacji i pozwalające na ograniczenie zjawiska wind-up?

<sup>a</sup>Transmitancja ta modeluje serwomechanizm z silnikiem prądu stałego z pominiętą dynamiką obwodu elektromagnetycznego.



Rysunek 4: URA z nasyceniem sygnału sterującego i z ograniczeniem procesu całkowania w bloku I regulatora.

□