

Układy Regulacji Automatycznej

Politechnika Poznańska
Instytut Automatyki i Robotyki

ĆWICZENIE 11

REGULATORY NIBYCIĄGŁE I REGULACJA Z MSI.

Celem ćwiczenia jest analiza podstawowych właściwości regulatorów nibyciągłych (krokowych) i porównanie pracy tych regulatorów z ich ciągłymi odpowiednikami. Podczas ćwiczenia przeprowadzona zostanie także analiza pracy URA z regulatorami nibyciągłymi oraz URA z trójpółosiowym regulatorem przekątnikowym i tachometrycznym sprzężeniem zwrotnym. Ćwiczenie kończy analiza sterowania z wykorzystaniem techniki MSI (Modulacji Szerokości Impulsu).

Amplituda oscylacji Δy sygnału wyjściowego y URA z regulatorem dwupółosiowym i obiektem regulacji:

$$G(s) = \frac{K}{1 + sT} e^{-sT_0} \quad \text{lub} \quad G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1) \cdot \dots \cdot (1 + sT_n)}$$

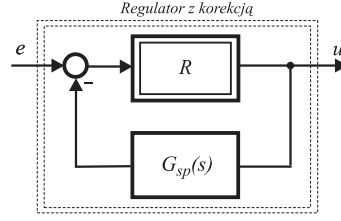
zależy od wartości szerokości strefy histerezy H regulatora oraz od wartości stałej czasowej opóźnienia T_0 obiektu regulacji lub stałych czasowych inercji T_2, \dots, T_n . Szerokość histerezy jest parametrem regulatora, zatem w zależności od wymagań jakości regulacji może być ustawiana przez projektanta systemu na pożądaną wartość. Minimalizację amplitudy oscylacji sygnału wyjściowego y otrzymuje się poprzez zmniejszanie strefy histerezy. Ustawiając szerokość tej strefy na wartość $H = 0$ eliminuje się całkowicie wpływ regulatora na wartość Δy , a nadal występujące oscylacje Δy wynikają z własności samego obiektu regulacji (z faktu, że $T_0 \neq 0$ lub $T_i \neq 0$ dla $i = 2 \dots n$). Pojawia się zatem pytanie, czy istnieje metoda pozwalająca na dalsze zmniejszanie wartości Δy w rozważanym URA pomimo, że $T_0 \neq 0$ lub $T_i \neq 0$, $i = 2 \dots n$?

1 Regulacja nibyciągła z regulatorem dwupółosiowym

Poprawienie jakości regulacji jest możliwe poprzez zastosowanie dodatkowej pętli korekcyjnej z odpowiednim blokiem dynamicznym obejmującej sam regulator dwupółosiowy (rys. 1). Dzięki takiej korekcji uzyskuje się wynikowe tzw. regulatory *nibyciągłe (krokowe)*, których sygnał sterujący ma nadal charakter nieciągły, ale chwilowe wartości średnie tego sygnału odpowiadają chwilowym wartościom sterowania ciągłych regulatorów PD lub PID (z nasyceniem).

Regulator nibyciągły możemy otrzymać stosując korekcyjne sprzężenie zwrotne $G_{sp}(s)$ wokół dwupółosiowego regulatora R (rys. 1). Charakterystyka statyczna dwupółosiowego regulatora bez histerezy może być traktowana jako charakterystyka wzmacniacza o nieskończonym wzmocnieniu k z nasyceniem sygnału wyjściowego do wartości u_{max} – rys. 2. Wówczas transmitancja zastępcza regulatora dwupółosiowego $R \approx k$ z korekcją $G_{sp}(s)$ z rysunku 2 jest w przybliżeniu równa:

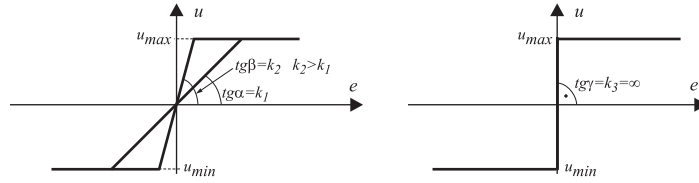
$$G_r(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{R}{1 + RG_{sp}(s)} = \frac{1}{\frac{1}{R} + G_{sp}(s)} = \frac{1}{\frac{1}{k} + G_{sp}(s)}. \quad (1)$$


 Rysunek 1: Regulator nieliniowy R z korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym $G_{sp}(s)$.

Przyjmując zatem, że $k \rightarrow \infty$ otrzymujemy

$$\lim_{k \rightarrow \infty} G_r(s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{k} + G_{sp}(s)} = \frac{1}{G_{sp}}. \quad (2)$$

Na tym spostrzeżeniu opiera się idea korekcji regulatorów nieciągłych poprzez odpowiednio dobrane korekcyjne sprzężenie zwrotne.

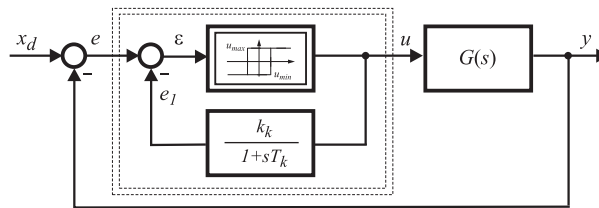

 Rysunek 2: Charakterystyki statyczne wzmacniacza z nasyceniem sygnału sterującego dla różnych wartości wzmocnienia $k_3 = \infty > k_2 > k_1$.

1.1 Nibyciągła regulacja PD

Rozważmy URA z obiektem regulacji o następującej transmitancji operatorowej:

$$G(s) = \frac{2}{5s+1} e^{-s}. \quad (3)$$

oraz regulatorem dwupołożeniowym z ujemnym korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym (rys. 3). Jeżeli



Rysunek 3: Układ regulacji dwupołożeniowej z nibyciągłym regulatorem PD.

w torze sprzężenia korekcyjnego umieścimy obiekt $G_{sp} \triangleq G_k$ o transmitancji:

$$G_k(s) \triangleq \frac{k_k}{1 + sT_k} \quad (4)$$

to podobnie jak w zależności (2) otrzymamy:

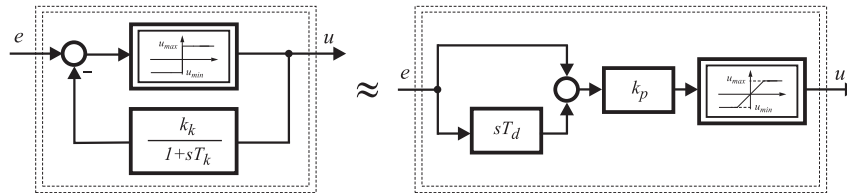
$$\lim_{k \rightarrow \infty} G_r(s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k}{1 + k \frac{k_k}{1 + sT_k}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{k_k}{1 + sT_k}} = \frac{1}{k_k} (1 + sT_k). \quad (5)$$

Uzyskana transmitancja odpowiada transmitancji ciągłego regulatora PD, przy czym:

$$k_p = \frac{1}{k_k}, \quad T_d = T_k. \quad (6)$$

Jeżeli częstotliwość przełączeń sygnału sterującego¹ na wyjściu skorygowanego regulatora dwupołożeniowego jest dużo większa niż szybkość reakcji obiektu regulacji na ten sygnał sterujący, to obiekt ten odfiltruje wysokie harmoniczne nieciągłego sygnału wejściowego nie przenosząc ich na wyjście URA (wyższe harmoniczne nie będą widoczne w sygnale wyjściowym URA). Zatem reakcję obiektu o charakterze filtra dolnoprzepustowego wywołuje przede wszystkim wartość średnia sygnału sterującego. Mówimy więc, że regulatory nieciągłe z korekcją działają w sposób nibyciągły w sensie wartości średniej sterowania.

Z tego względu, że wartość sygnału sterującego w układzie z rys. 3 jest ograniczona do przedziału $[u_{min}, u_{max}]$, to powyższa równoważność dwupołożeniowego regulatora skorygowanego z ciągłym regulatorem PD jest słuszna, gdy sygnał sterujący tego ostatniego też będzie podlegał nasyceniu w tym samym przedziale wartości – rys. 4.



Rysunek 4: Równoważność skorygowanego regulatora dwupołożeniowego z ciągłym regulatorem PD z nasyceniem.

- 1.1 Zamodelować w SIMULINK'u regulator dwupołożeniowy z korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym (4) – rys. 1 oraz ciągły regulator PD z nasyceniem sygnału sterującego (rys. 4). Przyjąć następujące nastawy regulatora dwustawnego i sprzężenia korekcyjnego: $H = 0$, $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$, $k_k = 0.5$, $T_k = 1$. Obliczyć wartości nastaw równoważnego ciągłego regulatora PD.
- 1.2 Przeprowadzić symulacje^a i porównać odpowiedzi skokowe obu zamodelowanych regulatorów PD (ciągłego i nibyciągłego) w odpowiedzi na sygnał $e(t) = 1 \cdot \mathbf{1}(t)$. Aby dokonać analizy średniej wartości sygnału sterującego regulatora nibyciągłego należy filtrować sygnał nieciągły (filtrem $G_F(s) = 1/(0.001s^3 + 0.03s^2 + 0.3s + 1)$) podając go na blok *Transfer Fcn(with initial outputs)* z wartościami parametrów: *Initial output* = 5, *Initial input* = -5.
 - Czy sygnał sterujący z regulatora z korekcją ma charakter odpowiedzi ciągłego regulatora PD? A wartość średnia sygnału sterującego regulatora z korekcją?
 - Wskazać obszary dominującego wpływu członów P i D w odpowiedzi regulatora nibyciągłego.

^aUWAGA: Przyjąć następujące ustawienia w oknie parametrów symulacji: *Solver options*, *Type: Fixed-step*, *ode5(Dormand-Prince)*, *Fixed step size: 0.01*.

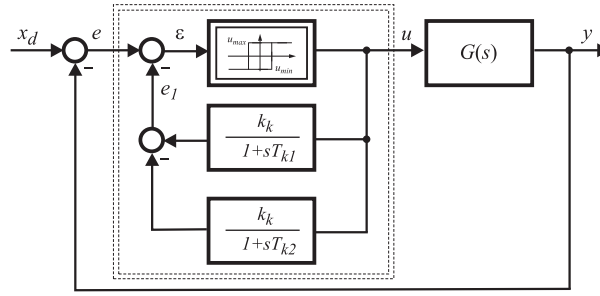
¹Częstotliwość ta jest zmienna w czasie i zależy od stanu i parametrów układu regulacji.

- 1.3** Zamodelować w SIMULINK'u URA z obiektem (3) i nibyciągłym regulatorem PD (rys. 3). Przyjąć początkowo następujące wartości parametrów bloku korekcyjnego: $k_k = 0.5$ i $T_k = 1$.
- 1.4** Przeprowadzić symulacje i porównać działanie URA przy wyłączonym i włączonym torze sprzężenia korekcyjnego regulatora w odpowiedzi na sygnał zadany $x_d(t) = 6 \cdot \mathbf{1}(t)$.
- W którym przypadku oscylacje są mniejsze? Dlaczego?
 - Jaką wartość ma uchyb ustalony w obu przypadkach (bez korekcji i z korekcją)?
- 1.5** Przeprowadzić symulacje pracy URA przy włączonym torze sprzężenia korekcyjnego regulatora w odpowiedzi na sygnał zadany $x_d(t) = 6 \cdot \mathbf{1}(t)$ dla $T_k = 1$ oraz następujących wartości wzmocnienia korekcyjnego:
- $$k_k = \{20, 1, 0.1\}.$$
- Jaki wpływ na jakość pracy URA ma wartość parametru k_k ? Opowiedź uzasadnić w oparciu o równanie (5).
- 1.6** Przeprowadzić symulacje pracy URA przy włączonym torze sprzężenia korekcyjnego regulatora w odpowiedzi na sygnał zadany $x_d(t) = 6 \cdot \mathbf{1}(t)$ dla $k_k = 1$ oraz następujących wartości stałej czasowej inercji sprzężenia korekcyjnego:
- $$T_k = \{30, 2, 0.5\}.$$
- Jaki wpływ na jakość pracy URA ma wartość parametru T_k ? Opowiedź uzasadnić w oparciu o równanie (5).
 - Czy dla każdej wartości T_k sprzężenie korekcyjne regulatora ma sens?
- 1.7** Na tym samym schemacie w SIMULINK'u zamodelować URA z ciągłym regulatorem PD z nasyceniem (rys. 4) i obiektem regulacji (3). Przeprowadzić symulację pracy obu URA: z regulatorem nibyciągłym oraz ciągłym (z nasyceniem) i porównać otrzymane przebiegi sygnałów sterujących, wyjściowych i uchybów (do porównania należy brać wartości średnie sterowania z regulatora nibyciągłego). Przyjąć następujące nastawy regulatora dwustawnego: $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$, $H = 0$. Symulacje przeprowadzić dla następującego zestawu parametrów sprzężenia korekcyjnego:
- $$(k_k, T_k) = \{(0.5, 1), (1, 0.5)\}.$$
- Równoważne nastawy ciągłego regulatora PD (z nasyceniem) określić na podstawie powyższych wartości sprzężenia korekcyjnego regulatora nibyciągłego (wykorzystać równanie (6)).
- Czy jakość pracy obu URA jest podobna?

1.2 Nibyciągła regulacja PID

Rozważymy ten sam układ regulacji, co w punkcie poprzednim. Zmodyfikujemy jednak korekcyjne sprzężenie zwrotne wokół regulatora dwustawnego. Jeżeli w torze sprzężenia korekcyjnego umieścimy równoległe połączenie dwóch elementów inercyjnych $G_{sp} \triangleq G_k \triangleq G_{k1} - G_{k2}$ (rys. 5):

$$G_k(s) \triangleq \frac{k_k}{1 + sT_{k1}} - \frac{k_k}{1 + sT_{k2}}, \quad \text{gdzie } T_{k2} > T_{k1} \quad (7)$$


 Rysunek 5: Układ regulacji dwupołożeniowej z nibyciągłym regulatorem PID ($T_{k2} > T_{k1}$).

to przyjmując założenia podobne jak w zależności (2) otrzymamy:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} G_r(s) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{k} + \frac{k_k}{1+sT_{k1}} - \frac{k_k}{1+sT_{k2}}} = \quad (8)$$

$$= \frac{1}{\frac{k_k}{1+sT_{k1}} - \frac{k_k}{1+sT_{k2}}} = \frac{(1+sT_{k2})(1+sT_{k1})}{sk_k(T_{k2} - T_{k1})} = \quad (9)$$

$$= \frac{T_{k1} + T_{k2}}{k_k(T_{k2} - T_{k1})} \left(1 + \frac{1}{s(T_{k1} + T_{k2})} + \frac{sT_{k1}T_{k2}}{T_{k1} + T_{k2}} \right). \quad (10)$$

Wprowadzając następujące oznaczenia:

$$k_p = \frac{T_{k1} + T_{k2}}{k_k(T_{k2} - T_{k1})}, \quad T_i = T_{k1} + T_{k2}, \quad T_d = \frac{T_{k1}T_{k2}}{T_{k1} + T_{k2}} \quad (11)$$

otrzymujemy transmitancję odpowiadającą ciągłemu regulatorowi PID (z interakcją nastaw).

Z tego względu, że wartość sygnału sterującego w układzie z rys. 5 jest ograniczona do przedziału $[u_{min}, u_{max}]$, to powyższa równoważność dwupołożeniowego regulatora skorygowanego z ciągłym regulatorem PID jest słuszna, gdy sygnał sterujący tego ostatniego też będzie podlegał nasyceniu w tym samym przedziale wartości.

1.8 Zamodelować w SIMULINK'u regulator dwupołożeniowy z korekcyjnym sprzężeniem zwrotnym (7) oraz ciągły regulator PID. Przyjąć następujące wartości nastaw dla regulatora nibyciągłego: $H = 0$, $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$, $k_{k1} = k_{k2} = k_k = 0.5$, $T_{k1} = 0.1$ i $T_{k2} = 10$ (rys. 5). Nastawy równoważnego ciągłego regulatora PID (z nasyceniem) obliczyć stosując zależności (11).

1.9 Przeprowadzić symulację^a i porównać odpowiedzi skokowe obu zamodelowanych regulatorów PID (ciągłego i nibyciągłego) w odpowiedzi na sygnał $e(t) = 1 \cdot \mathbf{1}(t)$. Aby dokonać analizy średniej wartości sygnału sterującego regulatora nibyciągłego należy filtrować sygnał nieciągły (filtrem $G_F(s) = 1/(0.001s^3 + 0.03s^2 + 0.3s + 1)$) podając go na blok *Transfer Fcn(with initial outputs)* z wartościami parametrów: *Initial output* = 5, *Initial input* = -5.

- Czy sygnał sterujący z regulatora z korekcją ma charakter odpowiedzi ciągłego regulatora PID? A wartość średnia sygnału sterującego regulatora z korekcją?
- Wskazać obszary dominującego wpływu członów P, I oraz D w odpowiedzi regulatora nibyciągłego.

^aUWAGA: Przyjąć następujące ustawienia w oknie parametrów symulacji: *Solver options*, *Type*: *Fixed-step*, *ode5(Dormand-Prince)*, *Fixed step size*: 0.01.

- 1.10** Zamodelować w SIMULINK'u URA z obiektem (3) i nibyciągłym regulatorem PID (rys. 3). Przyjąć następujące wartości parametrów regulatora nibyciągłego: $H = 0$, $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$, $k_{k1} = k_{k2} = k_k = 0.5$, $T_{k1} = 0.1$, $T_{k2} = 10$.
- 1.11** Przeprowadzić symulacje i porównać działanie URA przy wyłączonym i włączonym torze sprzężenia korekcyjnego regulatora w odpowiedzi na sygnał zadany $x_d(t) = 6 \cdot \mathbf{1}(t)$.

- W którym przypadku oscylacje są mniejsze? Dlaczego?
- Jaką wartość ma uchyb ustalony w obu przypadkach (bez korekcji i z korekcją)?

- 1.12** Na tym samym schemacie w SIMULINK'u zamodelować URA z ciągłym regulatorem PID z nasyceniem i obiektem regulacji (3). Przeprowadzić symulację pracy obu URA: z regulatorem nibyciągłym oraz ciągłym (z nasyceniem) i porównać otrzymane przebiegi sygnałów sterujących, wyjściowych i uchybów (do porównania należy brać wartości średnie sterowania z regulatora nibyciągłego). Przyjąć następujące nastawy regulatora dwustawnego: $H = 0$, $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$. Symulacje przeprowadzić dla następujących zestawów nastaw bloków korekcyjnych:

$$(k_k, T_{k1}, T_{k2}) = \{(1, 0.5, 5), (0.5, 0.1, 10), (5, 2, 10), (0.1, 0.5, 10)\}$$

Równoważne nastawy ciągłego regulatora PID (z nasyceniem) określić na podstawie zadanych wartości sprzężeń korekcyjnych regulatora nibyciągłego (wykorzystać równanie (11)).

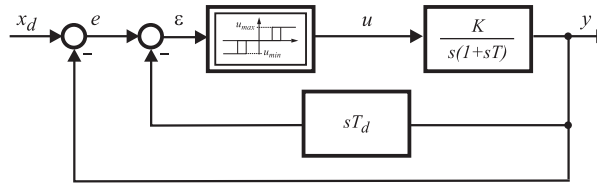
- Czy jakość pracy obu URA jest podobna?

2 Regulacja trójstawna ze sprzężeniem tachometrycznym

Poprawę jakości regulacji układu serwo mechanizmu przekąźnikowego z regulatorem trójstawnym i obiektem regulacji

$$G(s) = \frac{K}{s(1+sT)} \quad (12)$$

można uzyskać stosując dodatkowe korekcyjne sprzężenie zwrotne. Jeżeli sygnał tego sprzężenia zwrotnego jest proporcjonalny do prędkości zmian sygnału wyjściowego, to sprzężenie to nazywane jest tachometrycznym (rys. 6). Wprowadzone sprzężenie ma wpływ na położenie linii przełączeń na płaszczyźnie fazowej układu. Rysunek 6 przedstawia układ serwo mechanizmu przekąźnikowego



Rysunek 6: Układ serwo mechanizmu przekąźnikowego ze sprzężeniem korekcyjnym.

z korekcyjnym sprzężeniem tachometrycznym:

$$G_k(s) = sT_d. \quad (13)$$

- 2.1 Zamodelować w SIMULINK'u układ serwomechanizmu przekątnikowego z regulatorem trójstawnym, obiektem (12) i z korekcyjnym sprzężeniem tachometrycznym (13). Przyjąć następujące wartości parametrów obiektu: $K = 2$, $T = 5$ oraz regulatora: $N = 1$, $H = 0.2$, $u_{max} = 5$, $u_0 = 0$, $u_{min} = -5$.
- 2.2 Przeprowadzić symulację^a działania URA w odpowiedzi na skok wartości zadanej $x_d(t) = 8 \cdot 1(t)$ przy wyłączonym sprzężeniu tachometrycznym ($T_d = 0$). Wykreślić trajektorię fazową układu na płaszczyźnie (e, \dot{e}) .
- 2.3 Przeprowadzić symulacje działania URA serwomechanizmu przy włączonym sprzężeniu tachometrycznym dla następujących wartości wzmocnienia tachometrycznego

$$T_d = \{0.2, 0.6, 0.8, 1, 2, 6\}.$$

Dla wszystkich powyższych wartości stałej T_d wykreślić trajektorie fazowe układu na płaszczyźnie (e, \dot{e}) . Porównać uzyskane wyniki z działaniem URA bez sprzężenia tachometrycznego. Skonfrontować w każdym przypadku przebieg sygnału sterującego z odpowiedzią URA.

- W jaki sposób wprowadzenia sprzężenia tachometrycznego wpływa na oscylacje w układzie i jakość regulacji? Czy wystąpienie zjawiska cyklu granicznego jest nadal możliwe?

^aUWAGA: Przyjąć następujące ustawienia w oknie parametrów symulacji: *Solver options, Type: Variable-step, ode45(Dormand-Prince), Max step size: 0.01*.

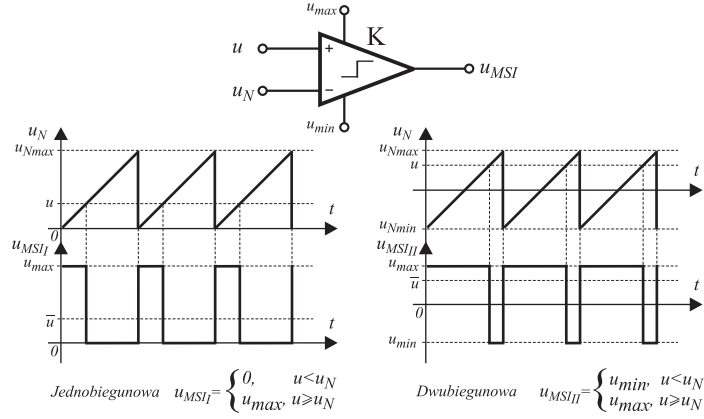
3 Sterowanie z techniką MSI

Najczęściej obecnie stosowanym sposobem fizycznej (analogowej) realizacji sygnału sterującego generowanego w URA przez blok regulatora jest sterowanie techniką *Modulacji Szerokości Impulsu* (w skrócie MSI) – w j. ang. *Pulse Width Modulation* (w skrócie PWM). Jest to inny rodzaj sterowania nieciągłego charakteryzujący się stałą częstotliwością przełączeń sterowania. W tym przypadku element realizujący technikę MSI przekształca sygnał sterujący u wypracowany przez regulator w okresowy sygnał prostokątny u_{MSI} o stałej częstotliwości f_{MSI} i chwilowej wartości średniej \bar{u} (liczonej za okres $T_{MSI} = 1/f_{MSI}$) równej chwilowej wartości sterowania u . Częstotliwość modulacji f_{MSI} narzuca projektant systemu – powinna ona być znacznie większa od częstotliwości granicznej pasma przenoszenia obiektu regulacji tak, aby wyższe harmoniczne przebiegu prostokątnego podawanego na wejście obiektu regulacji były filtrowane dynamiką obiektu i nie pojawiały się w odpowiedzi URA. Blok MSI nie pełni zatem roli regulatora, a jedynie układu formującego sygnał sterujący u i umieszcza się go w torze sterowania między regulatorem a obiektem regulacji. Zaletą stosowania techniki MSI w porównaniu z bezpośrednim sterowaniem sygnałem ciągłym jest przede wszystkim prosta realizacja techniczna elementu przełączającego (wymaga się bowiem fizycznie tylko dwóch stanów pracy) a także podniesienie sprawności układu i zmniejszenie wymagań co do mocy źródła zasilania. Rysunek 7 przedstawia ideę generowania sygnału sterującego techniką MSI z wykorzystaniem piłokształtowanego sygnału nośnego u_N dla stałej wartości sterowania u wypracowanego przez regulator². W praktyce technikę MSI stosuje się zatem w celu analogowej realizacji cyfrowego sygnału sterującego regulatorem cyfrowym lub w celu wzmocnienia mocy analogowego sygnału sterującego (regulatora analogowego).

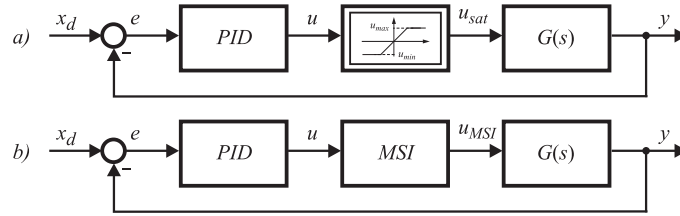
Rozważymy URA z obiektem regulacji o charakterystykach częstotliwościowych dolnoprzepustowych:

$$G(s) = \frac{2}{2s^2 + 5s + 1}. \quad (14)$$

²Technikę MSI można oczywiście realizować także dowolne sygnały sterujące zmienne w czasie (o odpowiednio długim okresie w stosunku do T_{MSI}).



Rysunek 7: Idea generowania sygnału sterującego u_{MSI} techniką MSI przy wymuszeniu jedno- i dwubiegunowym dla stałej wartości ciągłego sterowania $u > 0$ (u_N – sygnał nośny, K – komparator).



Rysunek 8: Równoważne URA z ciągłym sygnałem sterującym u – schemat a) oraz z nieciągłym sygnałem sterującym u_{MSI} formowanym techniką MSI – schemat b).

- 3.1 Zamodelować w SIMULINK'u układ formujący sygnał techniką MSI wg zasady zilustrowanej na rysunku 7 przyjmując wartości szczytowe sygnału odniesienia $u_{Nmax} = 5$, $u_{Nmin} = -5$. Otrzymanemu blokowi formującemu nadać formę podsystemu (*Subsystem*).
- 3.2 Zamodelować w SIMULINK'u dwa schematy URA przedstawione na rysunku 8 z obiektem regulacji (14) oraz ciągłym rzeczywistym regulatorem PID z wartościami nastaw: $k_p = 1$, $T_i = 2$, $T_d = 0.5$, $T = 0.05$ (T – stała czasowa inercji bloku D). W schemacie z techniką MSI wykorzystać podsystem zamodelowany w punkcie poprzednim. W schemacie bez bloku MSI wprowadzić blok nasycenia sygnału z parametrami $u_{max} = 5$, $u_{min} = -5$. Przeprowadzić symulację^a działania obu URA w odpowiedzi na skokowe wymuszenie $x_d(t) = 6 \cdot 1(t)$ dla następującego zestawu częstotliwości modulacji:

$$f_{MSI} = \{10, 1, 0.5\} [Hz].$$

- Czy realizacja sygnału sterującego techniką MSI wpływa na jakość sterowania w URA w porównaniu do układu bez bloku MSI?
- Czy częstotliwość modulowanych impulsów jest zmienna? Czy częstotliwość ta może być dowolna (odpowiedź uzasadnić w oparciu o częstotliwość graniczną obiektu regulacji (14))?

^aUWAGA: Przyjąć następujące ustawienia w oknie parametrów symulacji: *Solver options*, *Type: Variable-step*, *ode45(Dormand-Prince)*, *Max step size: 0.01*.