

# Układy Regulacji Automatycznej

Politechnika Poznańska  
Instytut Automatyki i Robotyki

## ĆWICZENIE 6 ÷ 7

SYNTEZA CIĄGŁYCH LINIOWYCH URA.

*Celem ćwiczenia jest synteza układu regulacji automatycznej dla danego obiektu regulacji, polegająca na doborze parametrów ciągłych regulatorów liniowych tak, aby spełnione zostały założone kryteria jakości regulacji. Kryteria strojenia regulatorów podzielone zostały na: kryteria związane z parametrami czasowymi odpowiedzi skokowej układu, kryteria całkowite oraz kryteria częstotliwościowe. Ponadto w ćwiczeniu zawarte zostały metody syntezy układów regulacji oparte na odpowiednim rozmieszczeniu biegunów układu zamkniętego oraz doświadczalne metody zaproponowane przez Zieglera i Nicholasa.*

### 1 Model obiektu regulacji

Rozważmy dwa różne obiekty regulacji o następujących transmitancjach operatorowych:

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2 + s + 5}, \quad (1)$$

$$G_2(s) = \frac{2}{(s+1)^3}. \quad (2)$$

Dobór parametrów regulatorów, będący przedmiotem dalszej części ćwiczenia, będzie dotyczył jednego z dwóch obiektów opisanych wyżej.

### 2 Synteza URA w oparciu o kryteria odpowiedzi skokowej

Dla standardowej postaci transmitancji obiektu oscylacyjnego

$$G_{osc}(s) = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

parametry czasowe jego odpowiedzi skokowej wyrażają się następującymi zależnościami:

A. przeregulowanie:

$$M_p = k \cdot \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right), \quad \kappa = \exp\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \cdot 100\%, \quad (4)$$

B. czas regulacji (ustalania):

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}, \quad \text{dla } \Delta = \pm 2\%. \quad (5)$$

Zadanie syntezy URA z regulatorem PD można sformułować następująco:

**Zadanie 1** Należy dobrać wartości parametrów  $k_p$  i  $T_d$  regulatora PD o transmitancji:

$$G_{PD}(s) = k_p + sT_d \quad (6)$$

tak, aby zamknięty układ regulacji automatycznej zapewniał, przy wymuszeniu w postaci skoku jednostkowego  $x(t) = \mathbf{1}(t)$ , uchyb ustalony  $|e_u| \leq 0.1$ , czas regulacji (dla tunelu  $\Delta = \pm 2\%$ )  $t_s < 2[s]$  oraz przeregulowanie względne  $\kappa \leq 10\%$ .

- 2.1 Zamodelować w MATLABIE obiekt opisany transmitancją (1).
- 2.2 Przeprowadzić symulację odpowiedzi obiektu (1) na sygnał wejściowy postaci:  $x(t) = \mathbf{1}(t)$ .
- 2.3 Odczytać czasowe parametry odpowiedzi skokowej obiektu, ze szczególnym uwzględnieniem wartości przeregulowania  $M_p$  oraz czasu regulacji (ustalania)  $t_s$ .
- 2.4 Wyznaczyć wartości pulsacji drgań własnych nietłumionych  $\omega_n$  oraz współczynnika tłumienia  $\xi$  dla obiektu (1).
  - Czy obiekt w układzie otwartym odtwarza sygnał wejściowy?
- 2.5 Wyprowadzić postać transmitancji  $G_z(s)$  zamkniętego URA z obiektem (1) i regulatorem (6). Porównać  $G_z(s)$  z ogólną postacią transmitancji obiektu oscylacyjnego (3).
  - Na które parametry uzyskanej transmitancji wpływ ma część proporcjonalna regulatora, a na które część różniczkująca?
- 2.6 Obliczyć minimalną wartość wzmocnienia  $k_p$  części proporcjonalnej regulatora gwarantującą osiągnięcie uchybu ustalonego nie większego niż 0.1 (por. zadanie 1).
- 2.7 Mając wyznaczoną minimalną wartość wzmocnienia  $k_p$  obliczyć wartość czasu wyprzedzenia  $T_d$  regulatora, gwarantującą skrócenie czasu regulacji do  $t_s < 2[s]$  (wykorzystać wzór (5)).
- 2.8 Zamodelować w MATLABIE układ zamknięty z regulatorem PD oraz obiektem (1) z wartościami nastaw obliczonych wyżej i przeprowadzić symulację odpowiedzi skokowej URA.
  - Czy odpowiedź skokowa zamkniętego URA spełnia założenia projektowe ( $|e_u| \leq 0.1$  oraz  $t_s < 2[s]$ )?
  - Jak obecność regulatora PD wpływa na odpowiedź układu w porównaniu z odpowiedzią układu zamkniętego bez regulatora?
- 2.9 Korzystając z zależności (4) obliczyć wymagany czas wyprzedzenia  $T_d$  regulatora, redukujący przeregulowanie w torze **zakłócenie–wyjście** do wartości  $\kappa \leq 10\%$ .

**2.10** Zamodelować zamknięty URA ze zmodyfikowaną wartością stałej zdwojenia  $T_d$  (obliczoną w poprzednim punkcie) i przeprowadzić symulację odpowiedzi URA na skok sygnału zakłócenia  $d(t) = \mathbf{1}(t)$  oraz skok sygnału zadanego  $x(t) = \mathbf{1}(t)$ .

- Czy odpowiedź skokowa w torze **zakłócenie–wyjście** URA spełnia postawione założenia projektowe ( $|e_u| \leq 0.1$  oraz  $\kappa \leq 10\%$ )? Czy spełnia te założenia także odpowiedź skokowa w torze **sygnał zadany–wyjście**? Odpowiedź uzasadnić.
- Jak zmiana parametru  $T_d$  regulatora PD wpływa na czas regulacji?
- Która wartość czasu wyprzedzenia  $T_d$  regulatora PD jest większa: ta, zapewniająca krótszy czas regulacji czy ta, zapewniająca mniejsze przeregulowanie?
- Czy przy użyciu regulatora PD możliwe jest jednoczesne spełnienie założeń projektowych co do maksymalnego dopuszczalnego przeregulowania i wymaganego czasu regulacji?

### 3 Synteza URA w oparciu o wskaźniki całkowe

Zagadnienie syntezy układów regulacji oparte na całkowych wskaźnikach jakości regulacji polega na takim doborze parametrów regulatora (i ewentualnych bloków korekcyjnych), aby zapewnić ekstremalne (zwykle minimalne) wartości funkcjonałów całkowych zawierających informację o procesach zachodzących w układzie regulacji. Zależnie od celu sterowania i nałożonych wymagań jakościowych wspomniane funkcjonały mogą odnosić się do kosztów energetycznych sterowania, kosztów ekonomicznych, dokładności dynamicznej i statycznej sterowania itp.

W naszym przypadku ograniczymy się do funkcjonałów nakładających wymogi jakościowe na stany przejściowe (dynamiczne) w rozważanym URA. Najczęściej stosowane kryteria całkowe podano poniżej:

$$I_0 = \int_0^T |e_p(t)| dt, \quad (7)$$

$$I_{t0} = \int_0^T t |e_p(t)| dt, \quad (8)$$

$$I_2 = \int_0^T e_p^2(t) dt, \quad (9)$$

$$I_{t2} = \int_0^T t e_p^2(t) dt. \quad (10)$$

gdzie  $e_p(t)$  jest uchybem przejściowym (dynamicznym).

Jeżeli całki w powyższych wzorach są obliczane dla horyzontu czasowego  $T$  dążącego do nieskończoności, warunkiem koniecznym zbieżności całek jest asymptotyczna zbieżność uchybu regulacji  $e(t) = e_p(t) + e_u(t)$  w badanym URA do zera. Analityczne znalezienie wartości całek reprezentujących całkowe wskaźniki jakości regulacji nie zawsze jest możliwe a w zdecydowanej większości przypadków – żmudne i pracochłonne, stąd też celowe jest wykorzystanie metod numerycznych i obliczeń przeprowadzonych z wykorzystaniem maszyn cyfrowych.

Zasada syntezy regulatora polega na takim doborze wartości parametrów poszczególnych jego bloków, aby wartości całek liczonych w całym horyzoncie czasowym  $T$  symulacji (lub rzeczywistej pracy) osiągały wartości minimalne. Dobrane w ten sposób wartości parametrów regulatora stanowią optymalny zbiór nastaw ze względu na wykorzystany całkowy wskaźnik jakości. Różne wskaźniki dają różne zestawy optymalnych wartości nastaw oraz różną jakość dynamiczną odpowiedzi danego URA.

**3.1** W SIMULINKU zamodelować URA z regulatorem PID:

$$G_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + sT_d, \quad k_i = \frac{1}{T_i} \quad (11)$$

oraz obiektem regulacji (1). Zamodelować bloki obliczające wskaźniki (8), (9) oraz (10).

**3.2** Przyjąć wartość nastawy bloku proporcjonalnego regulatora  $k_p = 2$  – parametr ten nie będzie podczas ćwiczenia podlegał strojeniu.

**3.3** Odłączyć blok D regulatora. Przyjąć początkową wartość nastawy  $k_i = 1$ . Wykorzystując kryterium całkowite (9) dobrać eksperymentalnie optymalną wartość nastawy  $k_i = k_{iopt}$  zapewniającą minimalizację wskaźnika  $I_2$  (przeprowadzać symulacje odpowiedzi URA na jednostkowy skok zadany  $x(t) = 1(t)$  w horyzoncie czasowym symulacji  $T = 50[s]$ ). Poszukiwania optymalnej wartości nastawy  $k_i$  wykonywać z rozdzielczością nie mniejszą niż 0.1.

**3.4** Załączyć blok D regulatora z początkową wartością nastawy  $T_d = 0.1$  (pozostałe nastawy przyjąć następująco:  $k_p = 2$ , oraz  $k_i = k_{iopt}$  – znalezione w poprzednim punkcie). Wykorzystując kryterium całkowite (9) dobrać eksperymentalnie optymalną wartość nastawy  $T_d = T_{dopt}$  zapewniającą minimalizację wskaźnika  $I_2$  (przeprowadzać symulacje odpowiedzi URA na jednostkowy skok zadany  $x(t) = 1(t)$  w horyzoncie czasowym symulacji  $T = 50[s]$ ). Poszukiwania optymalnej wartości nastawy  $T_d$  wykonywać z rozdzielczością nie mniejszą niż 0.1.

- *Jakie są uzyskane minimalne wartości wskaźników całkowych? Czy są one jednakowe dla wszystkich zastosowanych wskaźników?*
- *Jaki wpływ ma załączenie bloku D regulatora na minimalne wartości wskaźników całkowych, które można uzyskać w badanym układzie?*

**3.5** Dla nastrojonego regulatora PID sprawdzić czy możliwe jest dodatkowe zmniejszanie wartości funkcjonalów (8)-(10) poprzez ponowną korekcję nastaw  $k_i$  oraz  $T_d$ .

**3.6** Wykorzystując całkowite wskaźniki jakości (10) oraz (8) powtórzyć całą procedurę strojenia bloków I oraz D regulatora PID.

- *Jakie są różnice w jakości dynamicznej odpowiedzi URA po wykonaniu procedury syntezy dla wszystkich trzech wybranych wskaźników całkowych? Odpowiedź uzasadnić w oparciu o analizę postaci funkcjonalów (8),(9),(10).*

## 4 Synteza URA metodą Zieglera-Nicholsa

Reguły doboru nastaw regulatorów zaproponowane przez Zieglera i Nicholasa (reguły ZN) są metodami emiprycznymi, wynikającymi z obserwacji i badań doświadczalnych przeprowadzonych w latach czterdziestych<sup>1</sup>. Zasadniczą zaletą tych metod jest brak konieczności znajomości modelu dynamiki obiektu regulacji.

W jednej z wersji zasad ZN strojenia regulatorów, doboru nastaw dokonuje się w oparciu o uzyskane eksperymentalnie wartości następujących parametrów układu (uzyskanych w układzie zamkniętym regulacji): wzmocnienia krytycznego  $k_{pKRYT}$  oraz okresu drgań własnych nietłumionych  $T_{osc}$ . Na podstawie znajomości wartości tych parametrów dobiera się stabelaryzowane wartości nastaw bloków P, I oraz D regulatora.

<sup>1</sup>Jak się później okazało reguły te prowadzą do minimalizacji całki z modułu uchybu przejściowego – kryterium całkowite  $I_0 = \int_0^T |e_p(t)|dt$ .

Postępowanie przy strojeniu poszczególnych bloków ciągłego regulatora PID:

$$G_{PID}(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (12)$$

metodą ZN przebiega następująco:

- 1° jeżeli w zamkniętym URA pracuje regulator PID/PI/PD – wyłączyć bloki I oraz D lub na-  
stroić regulator na działanie czysto proporcjonalne poprzez nastawienie maksymalnego czasu  
zdwojenia  $T_i = 1/k_i$  ( $k_i \rightarrow 0$ ) oraz zerowego czasu wyprzedzenia ( $T_d \rightarrow 0$ ),
- 2° w trakcie przeprowadzania próby skokowej zamkniętego URA (z aktywnym blokiem P regu-  
latora) zwiększać stopniowo współczynnik wzmocnienia  $k_p$  części proporcjonalnej regulatora,  
aby doprowadzić zamknięty URA do granicy stabilności (niegasnące oscylacje o stałej am-  
plitudzie w przebiegu wielkości regulowanej); wartość wzmocnienia  $k_p = k_{pKRYT}$ , dla której  
wystąpiły oscylacje niegasnące zanotować,
- 3° zmierzyć okres  $T_{osc}$  występujących oscylacji niegasnących,
- 4° określić nastawy docelowego regulatora według poniższych zależności podanych przez Zielgera  
i Nicholasa:

– nastawy ZN dla regulatora P:

$$k_p = 0,5k_{pKRYT} \quad (13)$$

– nastawy ZN dla regulatora PI:

$$\begin{aligned} k_p &= 0,45k_{pKRYT} \\ T_i &= 0,83T_{osc} \end{aligned} \quad (14)$$

– nastawy ZN dla regulatora PID:

$$\begin{aligned} k_p &= 0,6k_{pKRYT} \\ T_i &= 0,5T_{osc} \\ T_d &= 0,125T_{osc} \end{aligned} \quad (15)$$

W sytuacji gdy znany jest model matematyczny obiektu sterowania wartość wzmocnienia krytycz-  
nego  $k_{pKRYT}$  oraz okres oscylacji  $T_{osc}$  mogą zostać wyznaczone analitycznie.

W przypadku doboru regulatora metodą Zieglera-Nicholasa wykorzystamy obiekt sterowania opi-  
sany transmitancją (2).

- 4.1 Zamodelować w SIMULINKU URA z regulatorem (12) i obiektem (2).
- 4.2 Wyłączyć bloki I oraz D regulatora i znaleźć eksperymentalnie wartość wzmocnienia  $k_{pKRYT}$  dla analizowanego URA.
  - Czy eksperymentalne znajdowanie wartości  $k_{pKRYT}$  jest wygodne?
- 4.3 Na podstawie transmitancji układu  $G_o(s)$  otwartego (z regulatorem typu P) analitycznie wyznaczyć wartość wzmocnienia  $k_{pKRYT}$ . Symulacyjnie sprawdzić uzyskany wynik. Wyznaczyć okres  $T_{osc}$  oscylacji niegasnących.
- 4.4 Wyznaczyć parametry regulatorów P, PI oraz PID ze wzorów empirycznych (15).
- 4.5 Przeprowadzić symulacje działania URA kolejno z nastrojonymi wg zasad ZN regulatorami P, PI i PID (przyjąć następujący sygnał zadany:  $x(t) = \mathbf{1}(t)$ ).
  - Czy otrzymane URA są stabilne? Czy w otrzymanych URA występują przeregulowania? Ile wynoszą (szacunkowo) parametry czasowe odpowiedzi skokowych dla poszczególnych URA?
  - Jak oceniasz jakość dynamiczną uzyskanych odpowiedzi URA?
  - Czy poznaną metodę ZN można zastosować do obiektu o dowolnej transmitancji?

□

## 5 Synteza URA z użyciem kryteriów częstotliwościowych

W analizie i syntezie liniowych URA oprócz opisu w dziedzinie czasu powszechnie stosuje się opis w dziedzinie częstotliwości. Typowo wyróżnia następujące parametry częstotliwościowe URA:

- 1) 3dB pasmo przenoszenia  $BW_3$  i związana z nim pulsacja graniczna  $\omega_g$ ,
- 2) pulsacja rezonansowa  $\omega_r$  i związany z nią szczyt (*ang. peak*) rezonansowy  $M_r$ .

Parametry te mogą być podstawą doboru struktury regulatora i jego nastaw dla rozważanego obiektu sterowania. Należy wyraźnie podkreślić, że parametry częstotliwościowe URA korelują z parametrami czasowymi URA takimi, jak czas regulacji, czas narastania, przeregulowanie.

Dla układu drugiego rzędu parametry częstotliwościowe można wyznaczyć w oparciu o stosunkowo proste zależności analityczne podane poniżej:

- moduł rezonansowy (w skali liniowej):

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}, \quad (16)$$

- pulsacja rezonansowa:

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2\xi^2}, \quad (17)$$

- szerokość pasma przenoszenia (*ang. bandwidth*):

$$BW_3 = \omega_n \sqrt{(1-2\xi^2) + \sqrt{\xi^4 - 4\xi^2 + 2}}. \quad (18)$$

- 5.1** Posługując się zależnościami (16)-(17) należy obliczyć wartości nastaw regulatora (6), tak aby szczyt rezonansowy  $M_r$  charakterystyki logarytmicznej zamkniętego URA (z obiektem (1) i regulatorem (6)) wynosił co najwyżej  $10[dB]$  a częstość rezonansowa wynosiła ok.  $10[rad/s]$ .
- Czym w układach rzeczywistych (np. elektrycznych, mechanicznych) objawia się wystąpienie rezonansu?
  - Dlaczego odpowiedni dobór częstotliwości rezonansowej i ograniczenie wartości szczytu rezonansowego jest istotnym kryterium projektowania układów?
  - Czy kryteria (16)-(18) dotyczą jakości statycznej czy dynamicznej?
- 5.2** Wykreślić charakterystyki Bodego zamkniętego URA zaprojektowanego w punkcie 5.1 w torach **sygnał zadany–wyjście** oraz **zakłócenie–wyjście** i zweryfikować spełnienie założeń projektowych.
- 5.3** Przeanalizować odpowiedź skokową URA zaprojektowanego w punkcie 5.1 w torach **sygnał zadany–wyjście** oraz **zakłócenie–wyjście**.
- 5.4** Analogicznie jak w punkcie 5.1 zaprojektować URA, przyjmując  $M_r \leq 1.5[dB]$  i  $\omega_r \approx 20[rad/s]$ . Następnie przeprowadzić analizę URA podobnie jak w punktach 5.1 do 5.3. Obliczyć i sprawdzić wartość szerokości pasma  $BW_3$  dla każdego przypadku.
- Jaka jest zależność pomiędzy przeregulowaniem określonym dla wymuszenia skokowego a szczytem rezonansowym? Odpowiedzi udzielić na podstawie obserwacji odpowiedzi skokowej zaprojektowanych URA.
  - Jaki wpływ ma pasmo przenoszenia  $BW_3$  na właściwości dynamiczne URA (jak wpływa ono na czas regulacji i czas narastania)? Czy korzystne jest projektowanie URA o dużej czy małej pulsacji granicznej?

## 6 Synteza URA w oparciu o rozkład biegunów

O przebiegu odpowiedzi układu dynamicznego decyduje położenie biegunów transmitancji operatorowej opisującej ten układ<sup>2</sup>. Wartości części rzeczywistych biegunów wpływają na amplitudę potencjalnych oscylacji mogących występować w układzie (oraz na szybkość ich zanikania), natomiast wartości części urojonych decydują o częstotliwości tychże oscylacji. Można sformułować następujące ogólne związki między postacią przebiegów czasowych odpowiedzi układu a położeniem jego biegunów na płaszczyźnie zmiennej zespolonej  $s$ :

- jeżeli bieguny układu są liczbami rzeczywistymi, to oscylacje w układzie nie występują,
- dla biegunów zespolonych, im „bardziej ujemne” (położone dalej od osi urojonej) wartości części rzeczywistych biegunów tym oscylacje mają mniejszą amplitudę i szybciej zanikają (składowa przejściowa odpowiedzi szybciej zanika),
- dla biegunów zespolonych, im większe wartości części urojonych biegunów (położone dalej od osi rzeczywistej), tym oscylacje mają większą pulsację (tym samym mniejszy okres).

Własności opisane powyżej mogą zostać wykorzystane do projektowania URA. Ponieważ najbardziej znaczące są wartości biegunów leżących najbliżej osi urojonej, stąd też wprowadzone zostało pojęcie **stopnia stabilności** określonego jako

$$\eta = \min_k |Re(s_k)|, \quad (19)$$

<sup>2</sup>Czyli wartości części rzeczywistych i urojonych miejsc zerowych mianownika transmitancji.

gdzie  $k$  oznacza  $k$ -ty biegun transmitancji. Znając stopień stabilności  $\eta$  układu można w sposób przybliżony wyznaczyć czas regulacji

$$t_r = \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta}, \quad (20)$$

gdzie  $\Delta$  jest dopuszczalną strefą błędów w jednostkach względnych.

Innym kryterium opartym na rozmieszczeniu pierwiastków jest **stopień oscylacyjności**  $\mu$  określony jako

$$\mu = \max_k \left| \frac{Im(s_k)}{Re(s_k)} \right|, \quad (21)$$

gdzie  $k$  oznacza  $k$ -ty biegun transmitancji. Parametr ten związany jest ze stosunkiem dwóch kolejnych przeregulowań  $A_{n+1}$  i  $A_n$  odpowiedzi skokowej w sposób następujący:

$$\exp\left(-\frac{\pi}{\mu}\right) = \frac{A_{n+1}}{A_n}. \quad (22)$$

Łatwo zauważyć, że im mniejsze jest  $\mu$ , tym pierwsze przeregulowanie i ilość oscylacji w czasie regulacji  $t_r$  są mniejsze.

Dla układu oscylacyjnego o transmitancji (3) stopień oscylacyjności wynika jedynie z wartości współczynnika tłumienia  $\xi$  i wynosi:

$$\mu = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}. \quad (23)$$

Przyjmujemy, że obiekt regulacji jest opisany zależnością (1). Rozważymy URA z następującymi regulatorami:

$$G_{PI}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \quad (24)$$

$$G_{PD}(s) = k_p (1 + T_d s). \quad (25)$$



**6.1** Wyznaczyć analitycznie transmitancję zamkniętego URA (z obiektem (1) i regulatorem (24)). Następnie przyjmując stałą całkowania  $T_i = 0.5[s]$  obliczyć wartość wzmocnienia regulatora  $k_p$ , dla której biegun rzeczywisty transmitancji układu zamkniętego ma wartość:  $s_1 = \{-1, -0.5, -0.2\}$ . Następnie dla uzyskanych wartości wzmocnień obliczyć (numerycznie) wartości pozostałych biegunów. Obliczyć stopień stabilności (19) badanego URA dla rozważanych wzmocnień  $k_p$ . Przeanalizować odpowiedzi skokowe zamkniętych URA.

- W których przypadkach URA jest stabilny asymptotycznie? Jak można interpretować parametr (19)?

**6.2** Przyjmując zbiór parametrów regulatora określony w punkcie 6.1 oraz  $\Delta = 5\%$  wyznaczyć na podstawie zależności (20) czas regulacji  $t_r$  dla wymuszenia skokowego. W środowisku MATLAB zasymulować odpowiedzi skokowe URA dla wybranych nastaw regulatora ( $T_i$  oraz  $k_p$ ) i odczytać czas regulacji. Porównać wyniki analityczne i symulacyjne.

- W jaki sposób stopień stabilności  $\eta$  determinuje czas regulacji? Czy wyniki symulacyjne i analityczne dokładnie pokrywają się? Odpowiedź uzasadnić.

**6.3** Wypisać zera i bieguny transmitancji otwartego URA. Następnie korzystając z polecenia `rlocus` (UWAGA: wywołanie polecenia z transmitancją układu otwartego  $G_o(s) = G_1(s)G_{PI}(s)$  i jednostkowym wzmocnieniem  $k_p$  regulatora) zbadać jak położenia biegunów transmitancji zamkniętego URA zależą od wzmocnienia  $k_p$ . Zaznaczyć kierunek przesuwania się biegunów zamkniętego URA przy zmianie wzmocnienia  $k_p$  od zera do nieskończoności. Określić graniczne wartości stopnia oscylacyjności  $\mu$  na podstawie zależności (21).

- Jakie wartości przyjmują bieguny transmitancji zamkniętego URA dla  $k_p \rightarrow 0$ ?
- Jakie wartości przyjmują bieguny transmitancji zamkniętego URA dla  $k_p \rightarrow \infty$ ?
- Czy w badanym URA możliwe jest uzyskanie aperiodycznych przebiegów przejściowych? Odpowiedź uzasadnić w oparciu o linie pierwiastkowe. Jakiej wartości stopnia oscylacyjności odpowiadają aperiodyczne przebiegi przejściowe w torze **zakłócenie**–**wyjście**?

**6.4** Obliczyć numerycznie wartości biegunów transmitancji zamkniętego URA (z obiektem (1) i regulatorem (25)) dla  $k_p = 1$  oraz  $T_d = 1[s]$  i na tej podstawie określić stopień stabilności  $\eta$ , stopień oscylacyjności  $\mu$  (wykorzystać zależności (19), (21)).

**6.5** Zaobserwować jakie jest położenie biegunów zamkniętego URA w funkcji zmiany wzmocnienia  $k_p$  (dla  $T_d = 1[s]$ ) – skorzystać z polecenia `rlocus`.

- Czy badany URA jest stabilny dla dowolnej wartości wzmocnienia regulatora?
- Jakie wartości przyjmują bieguny transmitancji zamkniętego URA dla  $k_p \rightarrow 0$ ?
- Jakie graniczne wartości przyjmują bieguny transmitancji zamkniętego URA dla  $k_p \rightarrow \infty$ ? Od jakiego parametru regulatora to zależy (na płaszczyźnie zespolonej wskazać położenie zer transmitancji układu otwartego)?

- 6.6** W oparciu o rozkład biegunów zamkniętego URA określić wszystkie możliwe wartości wzmocnienia  $k_p$  zapewniające uzyskanie stopnia stabilności  $\eta$  wyznaczonego w punkcie 6.4. Dla wyznaczonych wartości  $k_p$  obliczyć stopnie oscylacyjności  $\mu$ . Zaobserwować odpowiedzi skokowe URA w torze **zakłócenie–wyjście** dla obu wartości stopnia oscylacyjności. Obliczyć i odczytać wartości czasów regulacji przyjmując  $\Delta = 5\%$ .
- *Jaki jest czas regulacji określony dla wyznaczonych wartości wzmocnień? Która wartość wzmocnienia zapewnia lepszą jakość dynamiczną procesu regulacji?*
  - *Dla jakiej wartości wzmocnienia regulatora odpowiedź skokowa staje się aperiodyczna (w torze **zakłócenie–wyjście**)? Jakie własności wykazują wtedy bieguny zamkniętego URA?*
- 6.7** Przyjąć stałą wartość parametru  $k_p = 1$ . Następnie traktując współczynnik  $T_d$  jako parametr projektowy doświadczalnie dobrać jego wartość tak, aby w URA nie występowało przeregulowanie (w torze **zakłócenie–wyjście**) – posłużyć się metodą linii pierwiastkowych i skryptem `sisotool`. Uzyskany wynik sprawdzić analizując przebieg sygnału wyjściowego URA dla zakłócenia skokowe.

□