

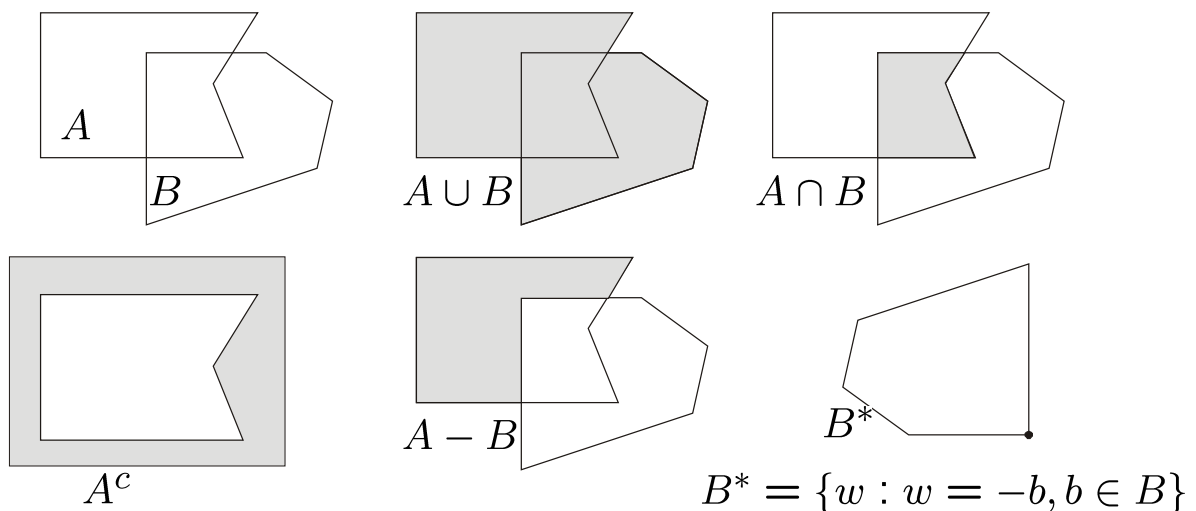
# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Przekształcenia morfologiczne obrazu wywodzą się z morfologii matematycznej – działu matematyki opartego na teorii zbiorów
- Wykorzystuje się do filtracji morfologicznej, wyszukiwania informacji i analizy kształtu z wykorzystaniem elementów strukturalnych
- Stosowane są przede wszystkim w przetwarzaniu obrazów binarnych (rozszerzenie definicji dwóch podstawowych operacji umożliwia przetwarzanie obrazów w odcieniach szarości)
- Można zaliczyć do operacji kontekstowych nieliniowych
- Dwie podstawowe operacje morfologiczne: dylatacja i erozja

1

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Podstawy teorii zbiorów



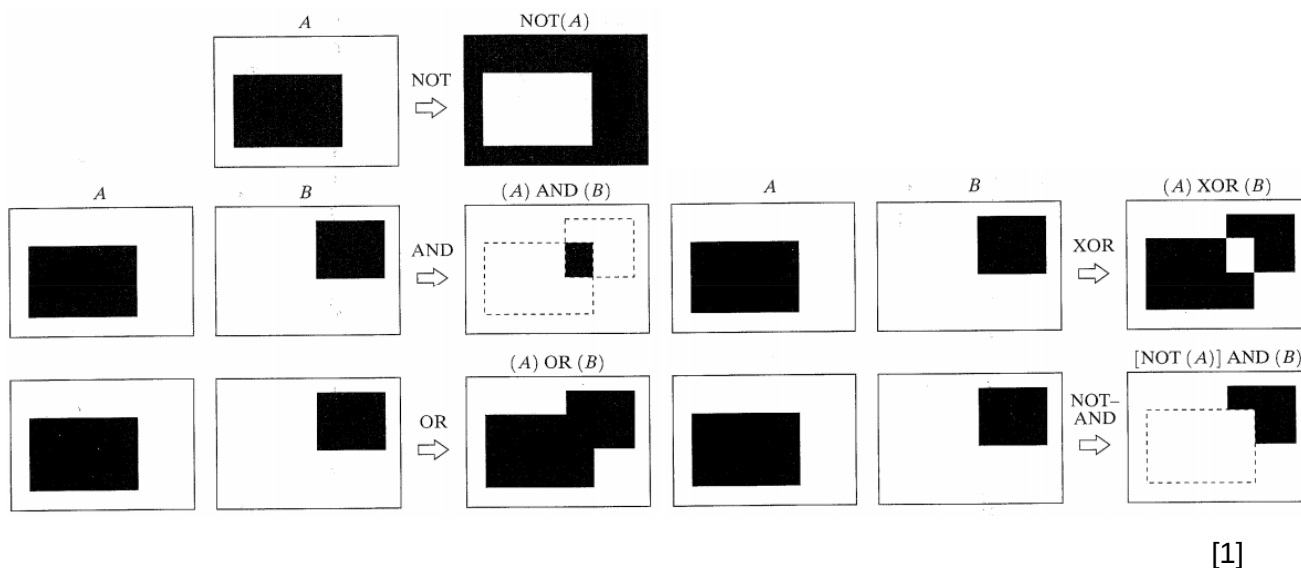
$$A^c = \{w : w \notin A\}$$

$$A - B = \{w : w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$$

2

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Operacje logiczne na obrazach binarnych

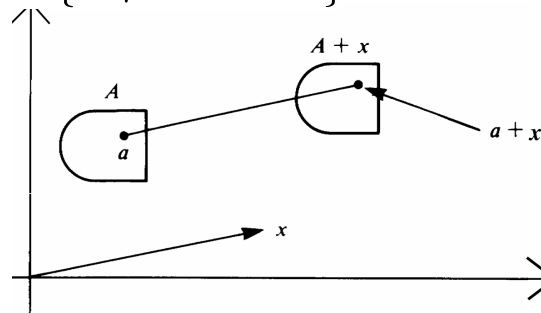


3

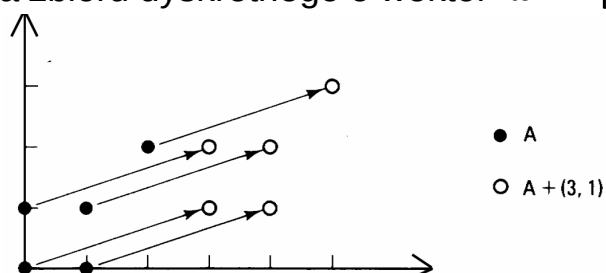
# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Translacja zbioru
  - Translacja zbioru  $A \subset \mathbb{R}^2$  o wektor  $x \in \mathbb{R}^2$  jest zdefiniowana jako

$$A + x = \{a + x : a \in A\}$$



- Translacja zbioru dyskretnego o wektor  $x = [3, 1]$



4

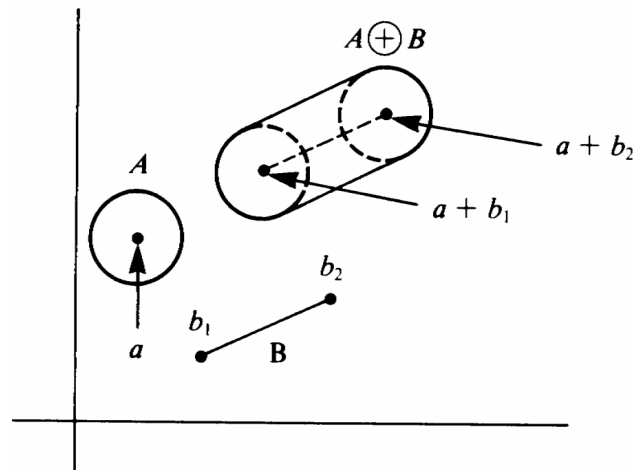
# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Dylatacja (dylacja) zbioru

- Dylatacja zbioru  $A$  przez  $B$  ( $A, B \subset \mathbb{R}^2$ ), gdzie  $B$  jest tzw. elementem strukturującym (strukturalnym) jest zdefiniowana jako

$$A \oplus B = \bigcup_{b \in B} (A + b)$$

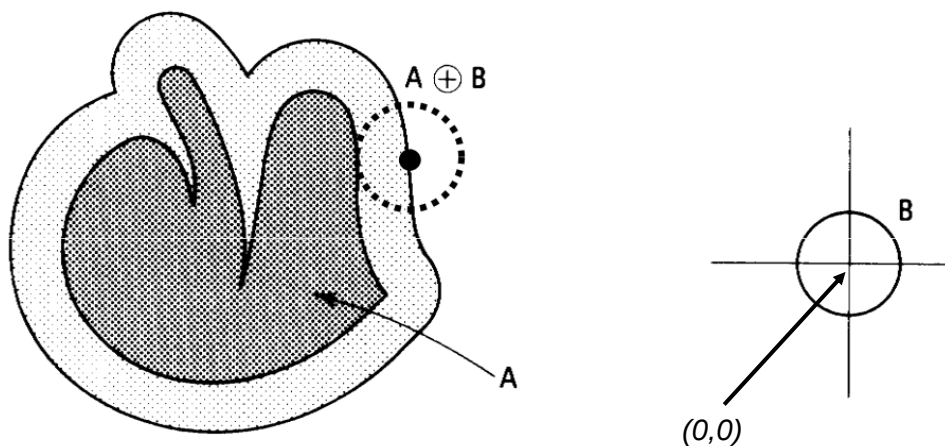
- Dylatacja jest połączeniem wszystkich przesunięć obiektu  $A$  o elementy zbioru  $B$



5

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Dylatacja zbioru przykład



6

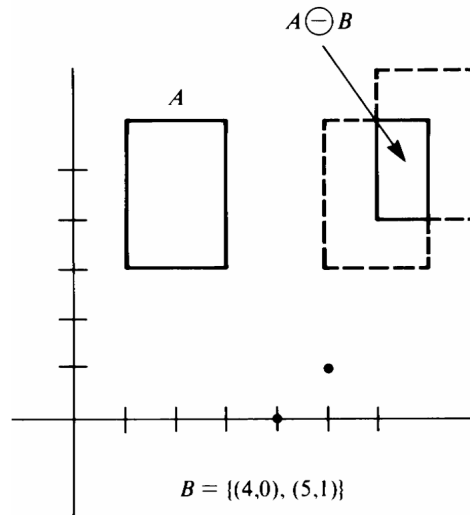
# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Erozja zbioru

- Erozja zbioru  $A$  przez  $B$  ( $A, B \subset \mathbb{R}^2$ ), gdzie  $B$  jest tzw. elementem strukturującym jest zdefiniowana jako

$$A \ominus B = \bigcap_{b \in B} (A + b)$$

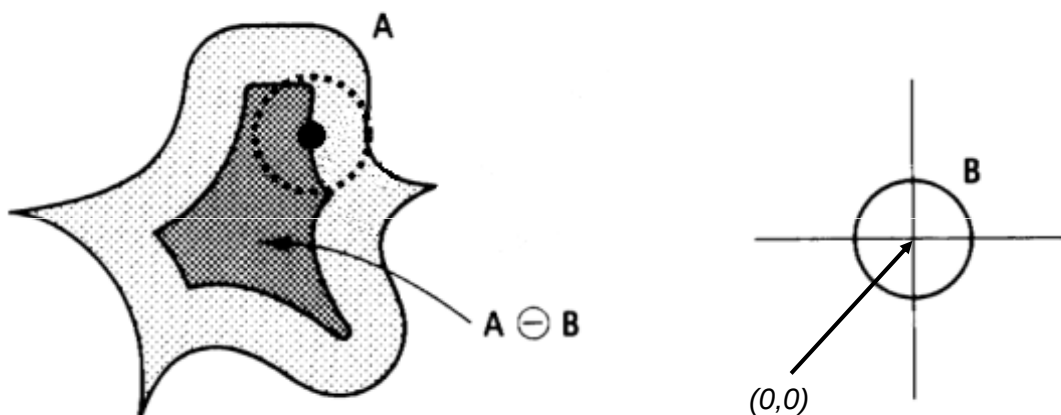
- Erozja jest przecięciem (częścią wspólną) wszystkich translacji obiektu  $A$  o elementy zbioru  $B$



7

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Erozja zbioru przykład



8

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Operacje morfologiczne dla obrazów binarnych
  - Element strukturalny

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 1 | 1        | 1 |
| 0 | <b>1</b> | 0 |
| 1 | 1        | 1 |

- Wybrany punkt elementu strukturalnego  $B$  jest przesuwany nad kolejnymi punktami obrazu
- W każdym punkcie  $(x, y)$  obrazu wykonywane są określone operacje logiczne na punktach obrazu  $B_{xy}$  znajdujących się pod elementem  $B$
- Od wielkości, kształtu i wyboru punktów elementu strukturalnego zależy zasięg i charakter działania operacji morfologicznych
- Problem z punktami brzegowymi obrazu (podobnie jak w przypadku filtracji kontekstowej obrazów)

9

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Dylatacja

$$A \oplus B = \{x, y : B_{xy} \cap A \neq \emptyset\}$$

- Przykład

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 0 | 1        | 1 |
| 0 | <b>1</b> | 0 |
| 0 | 1        | 1 |

Element  
strukturalny

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Obraz źródłowy

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Obraz wynikowy

10

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Erozja

$$A \ominus B = \{x, y : B_{xy} \subseteq A\}$$

- Przykład

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 0 | 1        | 1 |
| 0 | <b>1</b> | 0 |
| 0 | 1        | 1 |

Element  
strukturalny

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Obraz źródłowy

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Obraz wynikowy

11

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Własności dylatacji

- Operacja przemienne  $A \oplus B = B \oplus A$
- Inwariantna ze względu na translację  $A_T \oplus B = (A \oplus B)_T$
- Rozszerzająca obiekt (ekstensywna)  $A \subseteq Y \Rightarrow A \oplus B \subseteq Y \oplus B$
- Sukcesywna dylatacja obiektu  $A$  przez  $B$ , a potem  $C$  jest równoważna dylatacji obiektu  $A$  przez  $B \oplus C$  (łączność)

$$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$$

- Własności erozji

- Operacja dualna do dylatacji (w ogólności operacje erozji i dylatacji nie są odwracalne)  $(A \ominus B)^c = A^c \oplus B^*$
- Operacja nie jest przemienne  $A \ominus B \neq B \ominus A$
- Inwariantna ze względu na translację
- Nie rozszerzająca obiektów

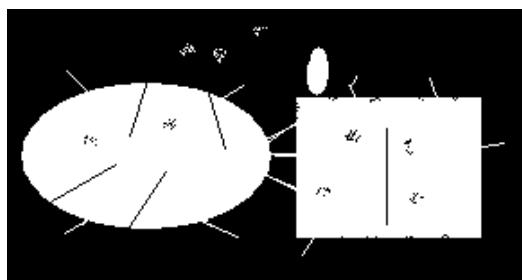
$$(A \ominus B) \ominus C = A \ominus (B \oplus C)$$

12

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 1 | 1        | 1 |
| 1 | <b>1</b> | 1 |
| 1 | 1        | 1 |

Element strukturalny



Dylatacja



Erozja



13

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Operacje otwarcia i zamknięcia (dwa podstawowe filtry morfologiczne)

- Otwarcie

$$(A \circ B) = (A \ominus B) \oplus B$$

- Otwarcie jest operacją nieekstensywną

$$A \circ B \subseteq A$$

- Iteracyjne powtarzanie otwarcia nie zmienia wcześniejszego rezultatu

$$A \circ B = (A \circ B) \circ B$$

- Zamknięcie (domknięcie)

$$(A \bullet B) = (A \oplus B) \ominus B$$

- Zamknięcie jest operacją ekstensywną

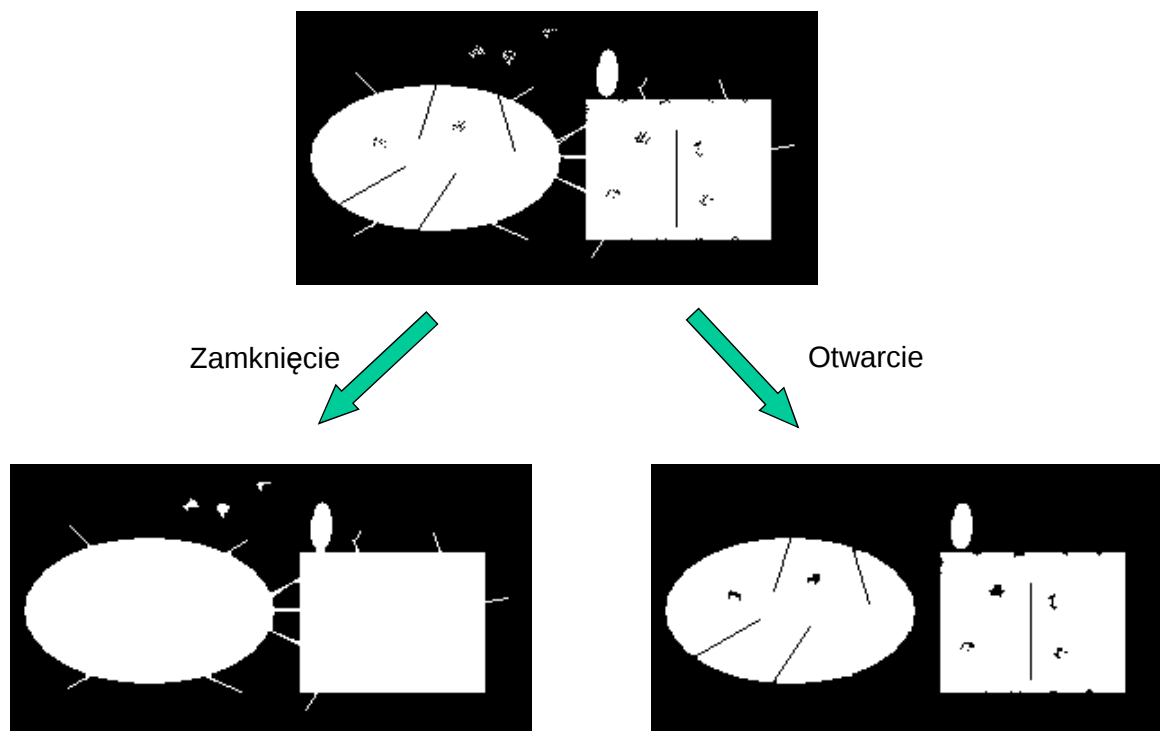
$$A \subseteq A \bullet B$$

- Iteracyjne powtarzanie otwarcia nie zmienia wcześniejszego rezultatu podobnie jak w przypadku otwarcia

$$A \bullet B = (A \bullet B) \bullet B$$

14

## Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu



15

## Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Transformacja Hit-or-Miss HMT (trafić lub chybić)
  - Umożliwia wskazanie na obrazach binarnych punktów należących do wybranego wzorca

$$A \otimes B = (A \ominus X) \cap [A^c \ominus (W - X)]$$

$X$  – wzorzec,  $W$  – analizowane okno

$$B_1 = X, B_2 = W - X \Rightarrow B = (B_1, B_2)$$

$$A \otimes B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2)$$

- HMT z wykorzystaniem erozji i dylatacji

$$A \otimes B = (A \ominus B_1) - (A \oplus B_2^*)$$

16

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

– Przykład

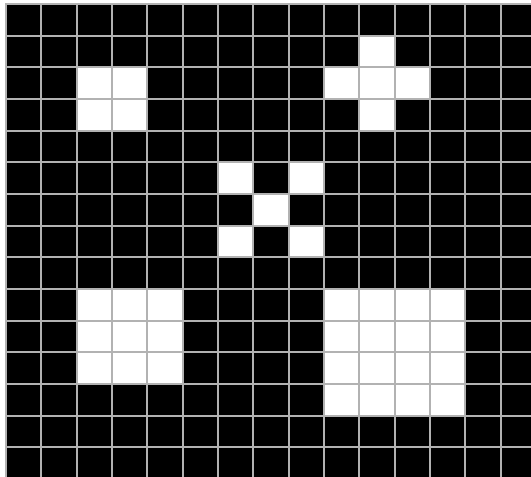
$$B_1$$

|   |   |          |   |   |
|---|---|----------|---|---|
| 0 | 0 | 0        | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1        | 0 | 0 |
| 0 | 1 | <b>1</b> | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1        | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0        | 0 | 0 |

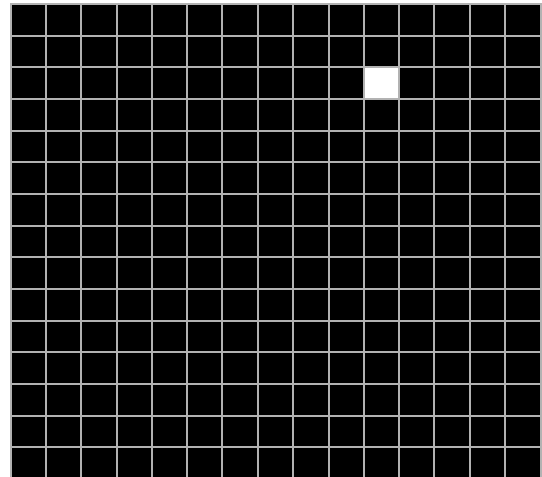
$$B_2$$

|   |   |          |   |   |
|---|---|----------|---|---|
| 1 | 1 | 1        | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0        | 1 | 1 |
| 1 | 0 | <b>0</b> | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0        | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1        | 1 | 1 |

Matlab ->



HMT  
→



17

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Ekstrakcja granic

- Z wykorzystaniem erozji

$$G_e(A) = A - (A \ominus B)$$

- Z wykorzystaniem dylatacji

$$G_d(A) = (A \oplus B) - A$$

- Gradient morfologiczny

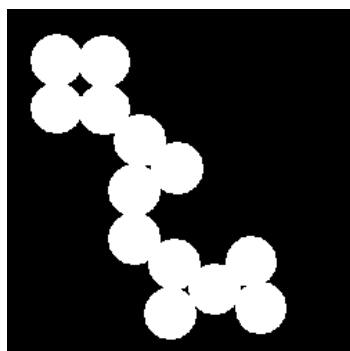
$$M_{grad}(A) = (A \oplus B) - (A \ominus B)$$

$B$  - element strukturalny reprezentujący dyskretną postać okręgu jednostkowego, w praktyce aproksymuje się go kwadratem 3x3

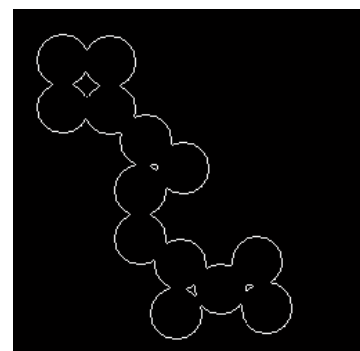
$$B$$

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 0 | 1        | 0 |
| 1 | <b>1</b> | 1 |
| 0 | 1        | 0 |

$B$



$G_e$   
→



18

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Dylatacja geodezyjna i rekonstrukcja przez dylatację

- Dylatacja geodezyjna jednostkowa

$$D_g(J) = (J \oplus B) \cap A$$

$J$  - znacznik (punkt lub punkty należące do obiektów)

$A$  - maska (najczęściej obraz wejściowy)

$B$  - element strukturalny

- Rekonstrukcja przez dylatację

- Rekonstrukcję  $R(J)$  maski  $A$  ze znacznika  $J$  uzyskuje się przez iteracyjne wykonywanie dylatacji geodezyjnej znacznika w maskę do czasu aż wynik się ustabilizuje

$$R(J) = D_g^{(i)}(J)$$

$i$  - najmniejsza wartość taka, że  $D_g^{(i)}(J) = D_g^{(i+1)}(J)$

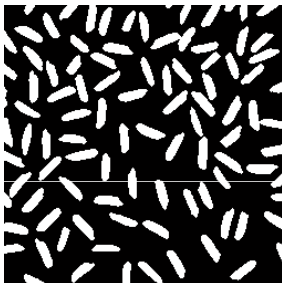
19

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

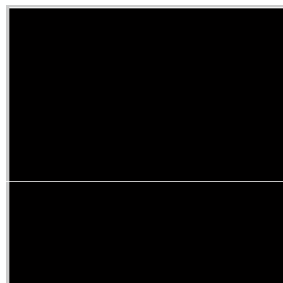
- Przykład wykorzystania rekonstrukcji do wykrywania i usuwania obiektów przecinających brzeg obrazu

$$O_w = A - R(J) = A - D_g^{(i)}(J)$$

$A$



$J$



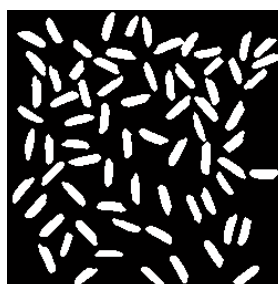
$B$

|   |          |   |
|---|----------|---|
| 0 | 1        | 0 |
| 1 | <b>1</b> | 1 |
| 0 | 1        | 0 |

$R(J)$



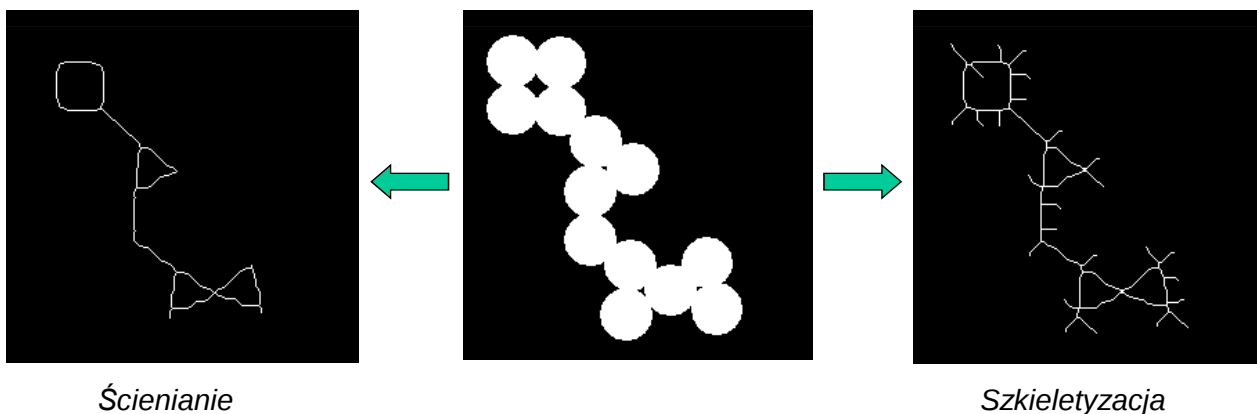
$O_w$



20

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Inne przekształcenia morfologiczne
  - Ścienianie
  - Pogrubianie
  - Szkieletyzacja obiektów
  - Wypełnianie zamkniętych konturów
  - Inne operacje związane z usuwaniem punktów obiektów



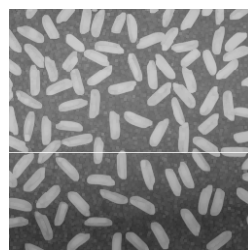
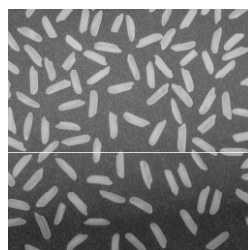
21

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Operacje morfologiczne na obrazach w odcieniach szarości
  - Podstawowe operacje erozji i dylatacji

- Dylatacja

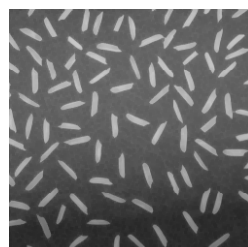
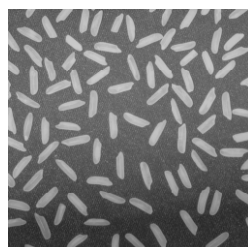
$$L'(m, n) = L \oplus B = \max\{L(i, j) \text{ dla } i, j \in B(m, n)\}$$



|   |          |   |
|---|----------|---|
| 1 | 1        | 1 |
| 1 | <b>1</b> | 1 |
| 1 | 1        | 1 |

- Erozja

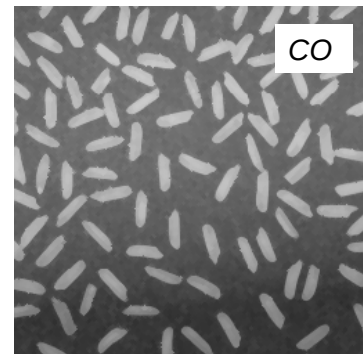
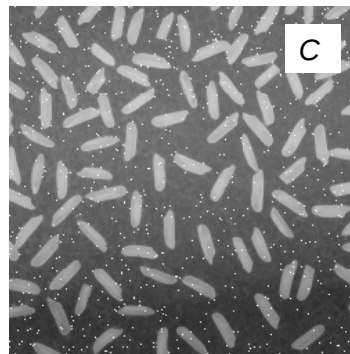
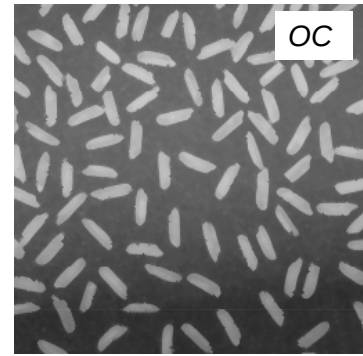
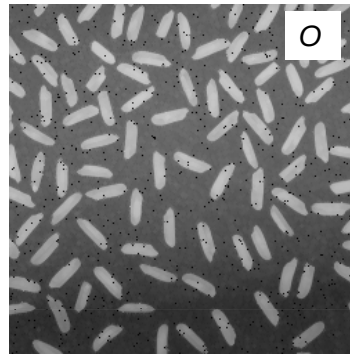
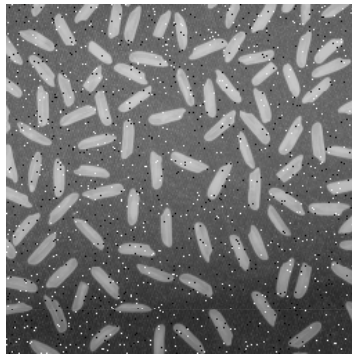
$$L'(m, n) = L \ominus B = \min\{L(i, j) \text{ dla } i, j \in B(m, n)\}$$



22

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Filtry otwarcia O i zamknięcia C oraz OC i CO

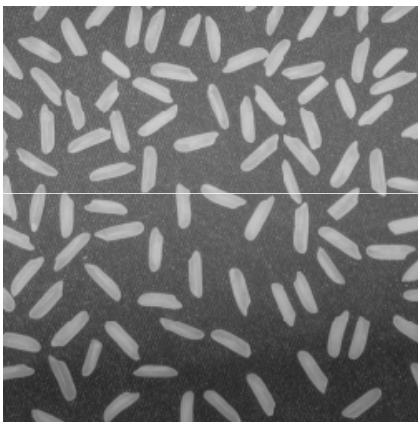


23

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Wyznaczanie konturów – gradient morfologiczny

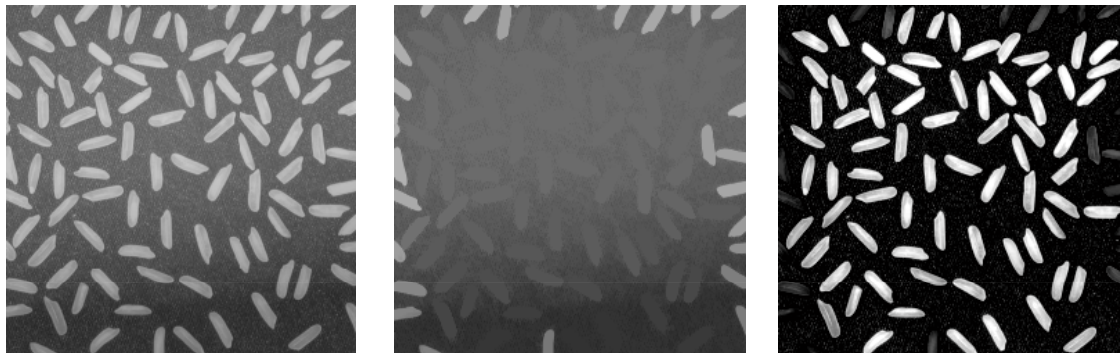
$$M_{grad}(A) = (A \oplus B) - (A \ominus B)$$



24

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

## – Rekonstrukcja morfologiczna



```
I = imread('rice.png');  
mark=I-20;  
mark(2:255,2:255)=0;  
r=imreconstruct(mark,I,4);  
imshow(r)  
In=I-r;  
figure, imshow(imadjust(In))
```

} imclearborder

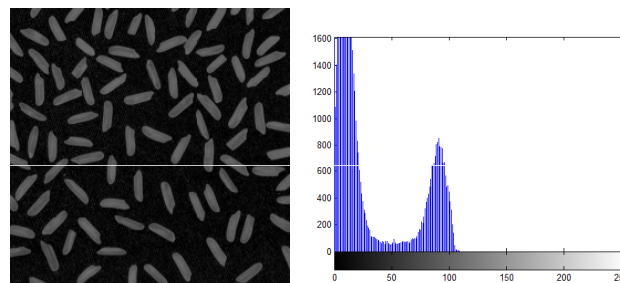
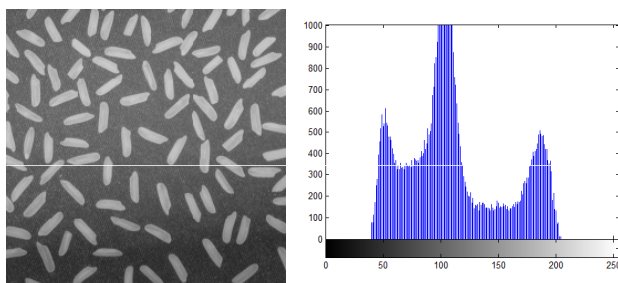
25

# Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Transformacje Top-Hat oraz Bottom-Hat
  - Top-Hat – ujednolicenie ciemnego tła i pozostawienie jasnych obiektów

$$TH = A - (A \circ B)$$

$B$  - maska kołowa o promieniu 12



- Bottom-Hat – pozostawia obiekty ciemniejsze od tła

$$BH = (A \bullet B) - A$$

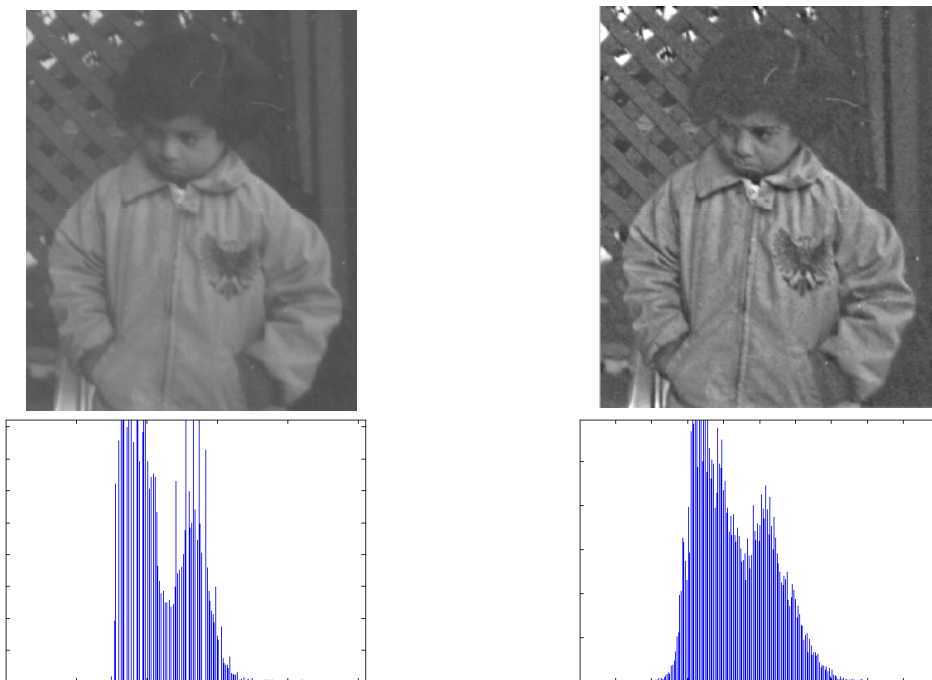
26

## Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Transformacje Top-Hat oraz Bottom-Hat można wykorzystać do poprawy kontrastu obrazu

$$J = A + TH - BH$$

$B$  - element strukturalny 9x9



27

## Operacje morfologiczne w przetwarzaniu obrazu

- Uwagi dotyczące przekształceń morfologicznych w Matlabie
  - Funkcje, których nazwy rozpoczynają się od *im...* dotyczą zarówno obrazów binarnych jak i w odcieniach szarości
  - Nazwy funkcji dotyczących tylko obrazów binarnych rozpoczynają się od *bw...*
  - Funkcja *bwmorph* realizuje szereg operacji morfologicznych, korzystając ze stałego elementu strukturalnego 3x3
  - Definiowanie elementu strukturalnego umożliwia funkcja *strel*
  - Elementem strukturalnym może być dowolna macierz wypełniona 0 i 1, jako punkt wybrany przyjmowany jest punkt centralny elementu

28